



PENGEMBANGAN LEMBAR AKTIVITAS MAHASISWA BERDASARKAN TEORI APOS UNTUK MEMAHAMI KONSEP JUMLAH RIEMANN

DEVELOPMENT OF STUDENT ACTIVITIES SHEET BASED ON APOS THEORY TO UNDERSTAND THE CONCEPT OF RIEMANN SUM

Maya Saftari, Darmawijoyo, Yusuf Hartono

STMIK Atma Luhur Pangkalpinang, Universitas Sriwijaya, Universitas Sriwijaya
 mayasaftari@atmaluhur.ac.id, darmawijoyo1965@gmail.com, yhartono@unsri.ac.id

Abstrak: Metode penelitian yang digunakan adalah *design research* tipe *development study*. Penelitian ini mengembangkan bahan ajar berupa lembar aktivitas mahasiswa pokok bahasan jumlah Riemann berdasarkan teori APOS yang valid, praktis, dan memiliki efek potensial dalam pembelajaran matematika. Penelitian memanfaatkan *software Microsoft Excel*. Pengembangan bahan ajar melalui tahapan yaitu *preliminary study* dan *formative study*. Tahap *preliminary* meliputi persiapan dan desain, sedangkan tahap *formative study* meliputi *Self Evaluation*, *Expert Reviews*, *One to One*, *Small Group* dan *Field Test*. Kevalidan bahan ajar dinyatakan oleh dua orang pakar (*expert review*), dua teman sejawat dan tiga mahasiswa (*one-to-one*). Kepraktisan bahan ajar terlihat dari hasil kegiatan *small group*. Berdasarkan hasil uji lapangan (*field test*), diperoleh bahwa penggunaan bahan ajar LAM berdasarkan teori APOS yang dikembangkan memiliki efek potensial terhadap kemampuan pemahaman konsep matematika khususnya konsep jumlah Riemann. Dari hasil uji coba, persentase pemahaman konsep di atas 61,00 %. Ini menggambarkan semua indikator pemahaman konsep matematika mahasiswa dikatakan baik.

Kata Kunci: teori APOS, konsep jumlah Riemann, lembar aktivitas mahasiswa

Abstract: This research method used is *design research* type *development study*. This research develops teaching materials in the form of student activity sheets about the Riemann sum based on APOS theory that is valid, practical, and has a potential effect in mathematics learning. Research utilizing *Microsoft Excel* software. Development of teaching materials through stages, *preliminary study* dan *formative study*. The preliminary stage included preparation and design, the formative study stage included *Self Evaluation*, *Expert Reviews*, *One to One*, *Small Group* and *Field Test*. The validity of teaching materials was stated by two experts (*expert review*), two peers and three students (*one-to-one*). The practicality of instructional materials was seen from the results of small group activities. Based on the result of field test, it was found that the use of LAM teaching materials based on the APOS theory developed had a potential effect on the comprehension ability of mathematics concept especially in Riemann sum concept, From the result of the test, the percentage of concept comprehension was above 61.00%. this illustrates all of indicators of understanding students' mathematical concepts were good.

Keywords: APOS theory, Riemann sum conceptual, student activities sheet

Cara Sitasi: Saftari, M., Darmawijoyo, D., & Hartono, Y. (2020). Pengembangan lembar aktivitas mahasiswa berdasarkan teori APOS untuk memahami konsep jumlah Riemann. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 110-123. <https://doi.org/10.33654/math.v6i1.914>

Teori yang menelaah bagaimana memahami konsep matematika bagi individu dinamakan dengan teori APOS (Aksi, Proses, Objek, dan Skema). Dalam teori ini, dijelaskan bahwa untuk memahami konsep matematika, individu tersebut harus mengalami tahapan yaitu *action* (aksi), *process* (proses), *object* (objek), dan *schema* (skema) (Mulyono, 2011). Dubinsky yang mengembangkan teori APOS mengemukakan bahwa, teori APOS merupakan pendekatan cara belajar dan memahami konsep matematika pada tingkatan perguruan tinggi yang menggabungkan penggunaan teknologi, membuat kumpulan kecil untuk belajar, serta memperlihatkan sikap mental mahasiswa (Dubinsky & Mcdonald, 2005). Konstruktivisme sosial merupakan paham yang dianut dalam teori APOS ini. Menurut Vygotsky, paham konstruktivisme menjelaskan bahwa siswa melakukan kegiatan belajar dengan berinteraksi sesama teman yang sebaya atau yang lebih tua darinya yang memiliki kemampuan lebih darinya. Vygotsky yakin bahwa pembelajaran terjadi apabila siswa bekerja atau belajar menangani tugas-tugas atau masalah kompleks yang masih berada pada jangkauan kognitif siswa atau tugas-tugas tersebut berada pada Daerah Perkembangan Terdekat atau *Zone of Proximal Development* (ZPD) (Yohanes, 2010).

Konsep *Zone of Proximal Development* (ZPD) memiliki hubungan untuk mewujudkan susunan cara belajar kerjasama dan pemberian nilai autentik yang memuat aspek kaidah perkembangan, di mana tujuan perkembangan tersebut dipengaruhi oleh cara belajar konsep ilmu pengetahuan, yang membimbing peserta didik menggunakan akal pikirannya dan bagaimana peserta didik mampu memperhatikan lingkungan sekitarnya. Vygotsky menyebutkan bahwa hubungan antar

mahasiswa mempunyai tujuan untuk mengembangkan zona perkembangan terdekat (ZPD) yaitu jarak kemampuan menyelesaikan masalah sendiri dengan kemampuan menyelesaikan masalah melalui hubungan dengan teman yang memiliki kemampuan lebih dibanding dirinya (Yohanes, 2010).

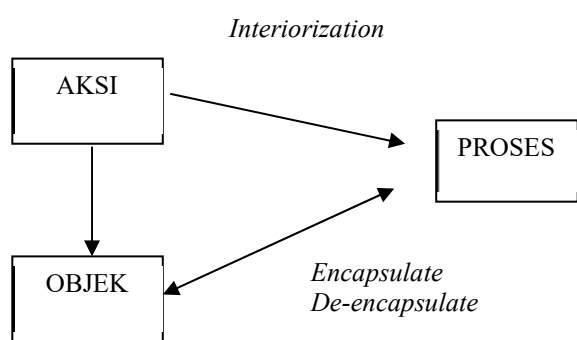
Pengetahuan dan pemahaman siswa terhadap konsep matematika berdasar NCTM dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam: (1) mendefinisikan konsep secara verbal dan tertulis; (2) Mengidentifikasi membuat contoh dan bukan contoh; (3) menggunakan model, diagram, dan simbol-simbol untuk mempresentasikan suatu konsep; (4) mengubah suatu bentuk presentasi ke dalam bentuk lain; (5) mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep; (6) mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep; (7) membandingkan dan membedakan konsep (Karim, 2011)

Selanjutnya menurut Mulyono, pemahaman konsep matematika saat siswa mampu memberikan bukti bahwa mereka: (1) mengenali, menandai, dan menghasilkan atau memberikan contoh-contoh dari konsep-konsep; (2) menggunakan dan menghubungkan model-model, diagram-diagram, manipulasi-manipulasi, dan representasi-representasi beragam dari konsep-konsep; (3) mengidentifikasi dan mengaplikasikan prinsip-prinsip; (4) mengetahui dan mengaplikasikan fakta-fakta dan definisi-definisi; (5) membandingkan, membedakan, dan mengintegrasikan konsep-konsep dan prinsip-prinsip yang berkaitan; (6) mengenali, menginterpretasi, dan mengaplikasikan tanda-tanda, simbol-simbol, istilah-istilah yang digunakan untuk mempresentasikan konsep-konsep (Mulyono & Hapizah, 2018)

Proses memahami ide atau gagasan dalam matematika merupakan produk membangun atau membangun kembali pemikiran terhadap sesuatu yang berhubungan dengan matematika. Membangun atau membangun kembali pemikiran tersebut dilakukan melalui aktivitas berupa *action, process, object* yang dihubungkan dalam suatu *schema* yang disingkat APOS (Aksi, proses, objek, dan skema) untuk memecahkan suatu permasalahan (Dubinsky & McDonald, 2005). Konsepsi merupakan pemahaman anak tentang suatu konsep, bersifat subjektif atau personal, serta akan menjadi bagian jaringan pengetahuan anak. Dengan demikian, sangat dimungkinkan terbentuknya konsepsi pada diri setiap anak tergantung pada keluasan jaringan informasi yang dimilikinya (Kusaeri, 2017).

Marsitin juga menjelaskan bahwa teori aksi, proses, objek, dan skema (APOS) selain sebagai pendekatan pembelajaran tingkat tinggi, teori APOS juga memperlihatkan hubungan matematika dengan kemampuan kreativitas akal untuk memahami lebih lanjut konsep matematika (Marsitin, 2017).

Konstruksi mental yang terbentuk dapat digambarkan pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Skema terbentuknya suatu konsep pada pikiran seseorang.

Menurut Dubinsky, “... *What we feel is exciting is that, as he suggested, this same approach can be extended to more advanced topics going into undergraduate mathematics*

and beyond. It seems that it is possible not only to discuss and conjecture, but to provide evidence suggesting, that concepts such as mathematical induction, propositional and predicate calculus, functions as processes and objects, linear independence, topological spaces, duality of vector spaces, duality of topological vector spaces, and even category theory can be analyzed in terms of extensions of the same notions that Piaget used to describe children's construction of concepts such as arithmetic, proportion, and simple measurement...” (Dubinsky, 2002). Hal ini berarti bahwa teori APOS sangat bermanfaat untuk meningkatkan pemahaman konsep matematika siswa, salah satunya adalah topik dalam kalkulus seperti materi limit, jumlah Riemann, aturan yang berlaku dalam turunan, pemahaman diferensial, dan topik lainnya.

Dalam menerapkan pembelajaran berdasarkan teori APOS ini, perlu dikembangkan perangkat pembelajaran yang isinya disesuaikan dengan teori ini. Perangkat pembelajaran berupa bahan ajar yang dikembangkan harus memenuhi tahapan konstruksi dan rekonstruksi dalam teori APOS yaitu di dalamnya terdapat kegiatan APO (*action, process, object*) yang di organisasikan dalam suatu *schema*. Menurut Mulyono teori ini hadir untuk memahami metode yang telah dikembangkan dan dijelaskan oleh Piaget untuk menggambarkan kemajuan cara bernalar dan berpikir anak tentang konsep matematika lebih dalam (Mulyono, 2012).

Hal senada juga dijelaskan oleh Ningsih bahwa teori aksi, proses, objek, dan skema (APOS) beranggapan bahwa ilmu pengetahuan yang di punyai individu merupakan hasil hubungan dengan orang lain dan hasil konstruksi mental individu dalam memahami pikiran serta gagasan dalam matematika (Ningsih & Rohana, 2018).

Prosedur pengembangan bahan ajar berupa modul berbasis teori APOS yang dilakukan Wartini yaitu Pengembangan diawali dengan suatu contoh yang berkaitan dengan konsep matematika yang akan diberikan pengajar. Menurut Khatimah, proses pengembangan LKS yang didasarkan pada teori aksi, proses, objek, dan skema diawali kegiatan menganalisis kebutuhan untuk aktivitas pembelajaran di sekolah dan analisis awal akhir, dilanjutkan ke tahap berikutnya pembuatan desain, pengembangan hasil desain, tahap implementasi, dan tahap penilaian (Khotimah, 2015). Selanjutnya siswa akan membuat perenungan tentang konsep yang diberikan, memasuki tahap aksi menjadi proses (Oktari, Hartono, & Santoso, 2017). Mahasiswa akan mengamati syarat-syarat yang harus dipenuhi mengenai suatu konsep, memasuki tahap pengonstruksian obyek. Dalam pemikiran siswa akan terbangun struktur pengetahuan tentang konsep yang diajarkan. Konsep matematika yang diajarkan di perguruan tinggi adalah konsep matematika yang sulit, rumit dan kompleks. Sulit dan rumit karena mengandung simbolik dan memiliki berbagai makna atau arti, sedangkan kompleks karena memiliki hubungan dengan konsep terdahulu. Dalam memahami konsep matematika, individu harus memiliki kemampuan (a) memahami makna atau arti simbolik pada konsep itu, (b) menguasai konsep terdahulu, dan (c) mengaitkan konsep terdahulu dengan konsep yang sedang dipahami (Hanifah & Abadi, 2018). Teori aksi, proses, objek, dan skema (APOS) dapat digunakan sebagai alat analisis yang dimanfaatkan peneliti untuk mengetahui tingkat pemahaman konsep matematika pada topik bahasan kalkulus (Sholihah & Mubarak, 2016). Menurut Dubinsky, teori APOS juga cocok untuk meningkatkan pemahaman

konsep matematika pokok bahasan jumlah Riemann. Untuk memahami konsep jumlah Riemann ini, dikembangkan bahan ajar berupa lembar aktivitas mahasiswa berdasarkan teori APOS melalui aktivitas yang menggunakan komputer (Dubinsky, 2002). Maharaj menjelaskan bahwa kemampuan pemahaman konsep fungsi beserta penggambaran grafik merupakan kemampuan utama yang harus dimiliki oleh mahasiswa dalam memahami ide atau konsep jumlah Riemann (Maharaj, 2013). Dalam penelitian lain, Maharaj juga mengemukakan tentang kemampuan mahasiswa dalam pemahaman konsep integral juga dibutuhkan pemahaman konsep Riemann (Maharaj, 2014).

Penelitian teori APOS yang telah dilakukan oleh Yunita, dijelaskan bahwa dengan menerapkan model APOS dalam pembelajaran matematika dapat meningkatkan kegiatan belajar dan hasil proses pembelajaran, mahasiswa mampu menghubungkan pikiran serta pendapat dirinya untuk menyelesaikan permasalahan matematika (Anwar & Abdillah, 2016). Penelitian lainnya dijelaskan bahwa hasil belajar dalam domain sikap, diperoleh bahwa siswa sudah memperlihatkan sikap selalu berusaha menemukan kesalahan dan kekeliruan, bekerja sama, dan cepat tanggap. Hal ini memperlihatkan bahwa lembar kerja siswa berbasis teori aksi, proses, objek, dan skema (APOS) dapat di manfaatkan untuk belajar konsep matematika (Lestari, Darmawijoyo & Aisyah, 2018) serta penelitian yang dilakukan oleh Hanifah (2018), dijelaskan bahwa lembar kerja yang dikembangkan berdasarkan teori APOS berpengaruh untuk meningkatkan kegiatan dan dorongan mahasiswa untuk memahami, mendapat tanggapan positif dan hasil (nilai) yang diperoleh mahasiswa rata-rata baik. Dari

penelitian inilah peneliti tertarik untuk mengembangkan bahan ajar berbasis teori APOS pada mata kuliah kalkulus pokok bahasan Jumlah Riemann. Pokok bahasan ini dipilih karena merupakan materi kuliah dasar yang harus dimiliki untuk mempelajari pokok bahasan integral. Bahan ajar yang dikembangkan harus memenuhi unsur efektif valid, dan praktis, serta mempunyai efek potensial dalam pembelajaran matematika khususnya memahami konsep jumlah Riemann sehingga memungkinkan pembelajar khususnya mahasiswa bisa belajar lebih giat lagi dan dapat berkolaborasi dengan mahasiswa yang lain berdasarkan konstruksi mental dalam teori APOS.

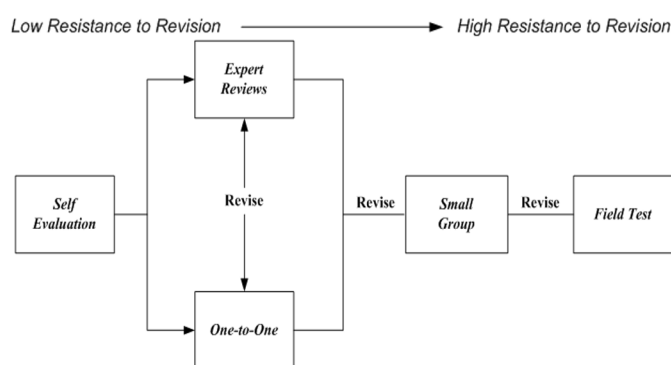
Metode Penelitian

Metode penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*design research*) tipe *development study* (van den Akker, 1999). Penelitian ini mengembangkan bahan ajar pokok bahasan jumlah Riemann berupa LAM (lembar aktivitas mahasiswa) yang didasarkan pada teori APOS yang valid dan praktis dengan memanfaatkan *software Microsoft Excel* serta memiliki efek potensial dalam pembelajaran matematika melalui dua tahapan. Tahap *preliminary study* meliputi persiapan awal serta pendesainan. Persiapan yang dilakukan peneliti yaitu menentukan tempat dan subjek penelitian, menentukan jadwal dan kerjasama di tempat penelitian dan peneliti mengumpulkan daftar nama mahasiswa kelas subjek penelitian. Langkah selanjutnya, peneliti melakukan analisis kurikulum yaitu standar kemampuan (SK) dan kemampuan dasar (KD) untuk materi integral pokok bahasan Jumlah Riemann dan kajian literatur yang berkaitan dengan materi integral. Setelah melakukan persiapan, peneliti

mendesain produk yang dikembangkan yaitu berupa lembar aktivitas mahasiswa (LAM) yang berisi pokok bahasan jumlah Riemann berdasarkan teori APOS.

Tahap *formative study* meliputi *Self-Evaluation*, *Expert Reviews*, *One-to-One*, *Small Group* dan *Field Test*.

Tahap *formative study*, peneliti menggunakan desain *formative evaluation*. Adapun diagram alur desain *formative evaluation*, yaitu:



Gambar 2. Alur desain *Formative Research* (Zulkardi, 2002)

Pada tahap *self-evaluation*, peneliti melakukan kegiatan evaluasi pada produk yang telah dibuat dengan kesesuaian teori APOS dan tujuan peneliti untuk melatih kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa. Hasil desain pada tahap *self-evaluation* dinamakan dengan prototipe pertama.

Pada tahap *Expert Reviews*, prototipe pertama dan lembar validasi diserahkan kepada dua orang pakar, dua teman sejawat untuk dievaluasi kevalidan produk yang dihasilkan dari segi isi, konstruk dan penggunaan bahasa. Pada saat yang bersamaan, prototipe pertama diujicobakan ke tiga orang mahasiswa (*one-to-one*) pada yang memberikan komentar untuk memperbaiki bahan ajar yang dikembangkan peneliti. Komentar-komentar dan saran dari pakar/panelis serta komentar/saran mahasiswa

dijadikan sebagai gagasan atau ide guna memperbaiki prototipe pertama.

Tahap selanjutnya, prototipe kedua dicobakan pada beberapa kelompok kecil mahasiswa (*small group*). Saran dan hasil uji coba prototipe kedua pada tahap ini dijadikan gagasan untuk memperbaiki bahan ajar yang selanjutnya disebut dengan prototipe ketiga.

Pada tahap *field test*, prototipe ketiga diujicobakan di kelas subjek penelitian yang disebut dengan *field test*. Hasil pada tahap ini merupakan produk yang melalui uji validitas dan kepraktisan yang dievaluasi berdasarkan analisis pada instrumen penelitian. Pada tahap ini, produk yang dikembangkan akan diketahui efek potensial bahan ajar yang dihasilkan.

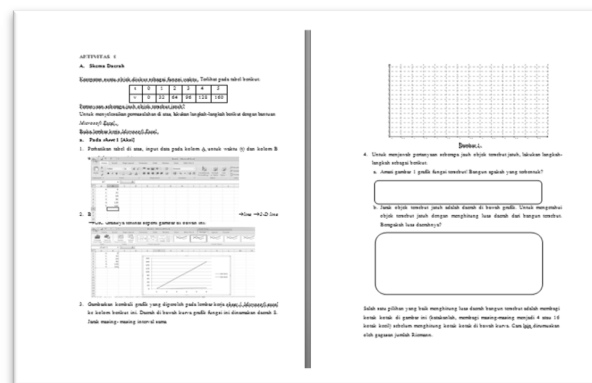
Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil

Kegiatan penelitian ini, mahasiswa diberikan 4 aktivitas dalam lembar aktivitas mahasiswa (LAM). aktivitas 1 merupakan kegiatan yang membimbing mahasiswa menentukan luas daerah suatu bidang pada koordinat Kartesius. Kegiatan ini diawali dengan menggambar grafik, mengamati bangun yang terbentuk pada grafik dan menentukan luas daerah bangun tersebut. Aktivitas 2, skema fungsi yaitu kegiatan yang membimbing mahasiswa menentukan bahwa nilai y fungsi $f(x)$ mewakili panjang dari masing-masing persegi panjang dalam jumlah Riemann. Aktivitas 3, jumlah Riemann yaitu mahasiswa menentukan jumlah Riemann suatu daerah. Aktivitas 4, mahasiswa merumuskan jumlah Riemann untuk menentukan luas suatu daerah.

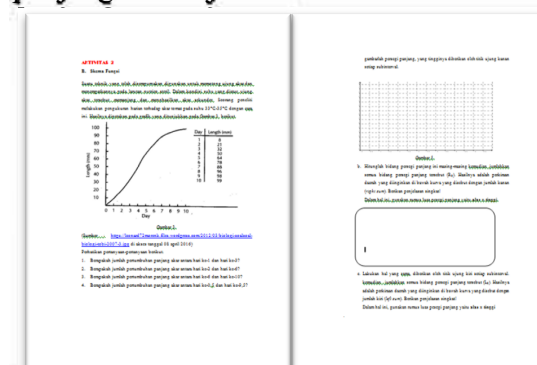
Aktivitas 1. Kegiatan ini diawali dengan menggambar grafik, mengamati

bangun yang terbentuk pada grafik dan menentukan luas daerah bangun tersebut.



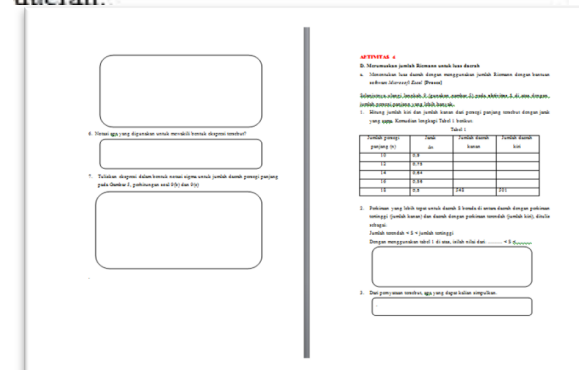
Gambar 3. Aktivitas 1 lembar aktivitas mahasiswa

Aktivitas 2. skema fungsi yaitu kegiatan yang membimbing mahasiswa menentukan bahwa nilai y fungsi $f(x)$ mewakili panjang dari masing-masing persegi panjang dalam jumlah Riemann.



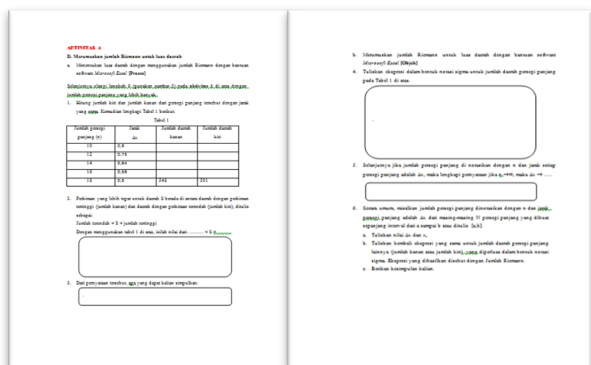
Gambar 4. Aktivitas 2 lembar aktivitas mahasiswa

Aktivitas 3. jumlah Riemann yaitu mahasiswa menentukan jumlah Riemann suatu daerah.



Gambar 5. Aktivitas 3 lembar aktivitas mahasiswa

Aktivitas 4, mahasiswa merumuskan jumlah Riemann untuk menentukan luas suatu daerah.



Gambar 6. Aktivitas 4 lembar aktivitas mahasiswa

Pada tahap *formative evaluation*, dilakukan evaluasi hasil desain lembar aktivitas mahasiswa (LAM) yang dibuat oleh peneliti. Hasil desain yang dihasilkan berupa tiga prototipe yang dievaluasi berdasarkan komentar dan saran untuk perbaikan dan revisi produk.

Setelah melalui tahap *expert reviews* dan tahap *one-to-one*. Revisi dan perbaikan desain prototipe pertama mengalami perubahan. Validasi prototipe pertama ini pada tahap *expert review*, semua validator menyatakan bahwa lembar aktivitas mahasiswa sudah memenuhi semua unsur validasi yaitu konten, konstruk dan bahasa. Hanya dalam unsur validasi bahasa perlu diperbaiki beberapa kalimat sehingga mudah dipahami dan dimengerti. Ada beberapa kalimat yang ditambahkan ataupun dikurangi. Dari jawaban mahasiswa pada tahap *one-to-one* yaitu dapat menggambarkan grafik dengan benar hal ini dikarenakan mahasiswa hanya menuliskan kembali hasil yang tertera di komputer pada lembar jawaban. Mahasiswa yang berkemampuan tinggi dan sedang, dapat dengan mudah mengikuti langkah-langkah pengerjaan. Sedangkan mahasiswa yang berkemampuan rendah sedikit mengalami kesulitan untuk memahaminya. Hal ini terlihat

dari komentar salah satu mahasiswa yang mengatakan bahwa agar dipermudah lagi langkah-langkah pengerjaan sehingga mudah untuk dipahami.

Hasil perubahan pada prototipe pertama yang disebut prototipe kedua diberikan kepada kelompok kecil (*small group*) untuk dikerjakan dan dianalisis hasilnya. Hasil analisis jawaban masih ada mahasiswa yang keliru dalam menjawab beberapa bagian aktivitas pada LAM. Namun secara keseluruhan, mahasiswa bisa mengerjakan dengan baik. Pada aktivitas 1, mahasiswa dapat menggambar grafik fungsi dengan benar. Namun ketika menghitung luas daerah bangun, dari 3 kelompok mahasiswa, hanya 1 kelompok yang mengalami kekeliruan dalam menghitung Hal ini disebabkan karena kelompok tersebut tidak menentukan dengan tepat luas daerah yang dimaksud. Pada aktivitas 2, semua kelompok mahasiswa dapat menyelesaikan semua langkah dan menjawab semua pertanyaan. Namun jawaban dari ketiga kelompok bervariasi, artinya masing-masing kelompok menjawab sesuai dengan hasil perhitungan kelompok. Hal ini dikarenakan jawabannya merupakan taksiran (perkiraan) dari luas yang sesungguhnya. Secara umum, pemahaman mahasiswa mengenai jumlah Riemann sudah baik Hal ini menunjukkan bahwa tahap aksi telah dapat dilakukan dengan baik pula. Karena dalam tahap APOS tahap aksi adalah tahap yang paling rendah, yang meliputi pemahaman prosedural dimana mahasiswa diberikan petunjuk tentang langkah apa yang harus dilakukan. Aktivitas 3 merupakan tahap proses dimana mahasiswa mengulang kembali kegiatan aksi pada aktivitas 1 dan 2. Aktivitas 4, merupakan tahap objek. Pada tahap ini semua kelompok dapat merumuskan jumlah Riemann dengan tepat. Tahap skema terdapat pada aktivitas 4. Tahap

ini merupakan tahap tertinggi dalam teori APOS. dimana mahasiswa harus dapat mengaitkan pemahaman dari tahap aksi, proses dan objek. Pada bagian ini mahasiswa menjelaskan pendefinisian jumlah Riemann, namun banyak mahasiswa yang tidak dapat memberikan penjelasan pendefinisian jumlah Riemann yang lengkap. Pada tahap skema ini, mahasiswa menggabungkan pemahamannya yang diperoleh pada tahap sebelumnya, APO untuk menjelaskan pendefinisian jumlah Riemann. Mahasiswa menggunakan pemahamannya tentang konsep fungsi, grafik fungsi, skema fungsi, jumlah Riemann dan menentukan luas daerah dengan jumlah Riemann. Dari hasil komentar mahasiswa menunjukkan bahwa prototipe ini bisa digunakan mahasiswa dalam mempelajari konsep jumlah Riemann, namun produk perlu diperbaiki dikarenakan terdapat beberapa kalimat yang kurang bisa dipahami. Bagi peneliti, komentar mahasiswa ini merupakan informasi penting untuk melakukan perbaikan (revisi) pada prototipe kedua. Revisi yang dilakukan tidak terlalu banyak, hasil revisi ini sudah valid dan praktis untuk digunakan. Produknya merupakan prototipe ketiga.

Selanjutnya setelah mendapatkan produk prototipe ketiga, hasil produk diujicobakan pada tahap berikutnya yaitu tahap *field test*. Proses pembelajaran tahap *field test* dilakukan di dua tempat yaitu kelas dan ruang komputer. Tahapan proses di ruang kelas yaitu peneliti mempersiapkan sarana dan prasarana yang diperlukan, misalnya Satuan Acara Perkuliahan (SAP), produk yang sudah dikembangkan yaitu Lembar Aktivitas Mahasiswa (LAM) pokok bahasan jumlah Riemann, peneliti mengelompokkan mahasiswa sesuai dengan kelompoknya masing-masing, peneliti menyampaikan tujuan pembelajaran, lalu menanyakan pada

mahasiswa apakah LAM Jumlah Riemann berdasarkan teori APOS yang diunggah telah dibahas oleh mahasiswa. Sedangkan pembelajaran di laboratorium, dilaksanakan dengan tahapan, peneliti meminta mahasiswa secara berkelompok untuk mengerjakan dan menjawab LAM, mahasiswa mengerjakan dan mendiskusikan LAM dengan kelompoknya masing-masing, pelaksanaan pembelajaran dengan menggunakan LAM dalam penelitian ini, memuat empat tahapan yaitu tahap APO *action, process, object*, yang diorganisasikan pada tahap skema (*schema*). Aktivitas 1 memuat tahap aksi dan proses untuk memahami skema daerah, aktivitas 2 memuat tahap aksi dan proses untuk memahami skema fungsi, aktivitas 3 memuat tahap proses untuk memahami jumlah Riemann, dan aktivitas 4 memuat tahap proses, objek dan skema. Tahapan APOS pada LAM, yang pertama adalah tahap Aksi. Pada aktivitas 1, mahasiswa membuat gambar garis yang menghubungkan beberapa titik pada kurva serta melakukan penghitungan luas daerah bangun datar. Penggambaran kurva dilakukan dengan menggambar pada program *MS Excel*, pada aktivitas 2, mahasiswa menjawab pertanyaan soal pada aktivitas 2 yang didasarkan pada pengerjaan dengan *MS Excel*. Pada tahap ini, mahasiswa tidak mengalami kendala, rata-rata mahasiswa mampu menjawab dengan benar. Dengan demikian, pada tahap aksi mampu dijawab dengan tanpa kesalahan oleh mahasiswa. Masih dalam aktivitas 1, kembali mahasiswa melakukan hal yang sama yaitu mengulangi aktivitas sebelumnya masuk ke tahap selanjutnya yaitu tahap proses,. Dengan bantuan *MS Excel*, mahasiswa dapat memperhatikan dengan jelas garis yang terdapat pada dua titik tersebut, pada aktivitas 2, mahasiswa mengulangi kembali tahap aksi seperti aktivitas 1. Tahap proses pada aktivitas

3, mahasiswa mengulangi kembali tahap aksi dan menghitung jumlah Riemann. Mahasiswa tidak mengalami kesulitan tahap ini. Pada aktivitas 3 terdapat tahap objek, mahasiswa mendefinisikan jumlah Riemann suatu daerah di titik (a, b), berdasarkan bentuk umum penyelesaian jumlah Riemann. Tahap Skema, merupakan langkah terakhir tentang konsep jumlah Riemann terletak pada dalam aktivitas 4 mahasiswa. Selanjutnya Mahasiswa menjelaskan pendefinisian konsep jumlah Riemann setelah melalui tahapan APO yang dirangkum dari aktivitas kesatu, dua, dan tiga.

Setiap akhir aktivitas dilakukan diskusi kelas, peneliti memberikan kesempatan pada mahasiswa untuk menampilkan jawaban mereka di depan kelas, kemudian mahasiswa yang lain memberikan komentar atau tanggapan pada jawaban tersebut. Peneliti bertindak sebagai fasilitator, membimbing mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam mengerjakan LAM. Peneliti memberikan petunjuk tentang cara membuat kesimpulan pendefinisian jumlah Riemann yang terdapat pada aktivitas 4. Pembelajaran di laboratorium, diakhiri dengan menarik kesimpulan tentang pendefinisian jumlah Riemann, kemudian peneliti mengumpulkan LAM dan memberikan tugas mandiri yaitu soal latihan yang harus dijawab mahasiswa secara individu.



Gambar 7. Proses pembelajaran pada tahap *field test*

Selanjutnya, efek potensial dari produk LAM yang telah dikembangkan. Dianalisis dari hasil jawaban mahasiswa. Peneliti melakukan analisis hasil jawaban pada LAM jumlah Riemann berdasarkan teori APOS memuat langkah-langkah yang bertujuan untuk melatih kemampuan pemahaman mahasiswa utamanya konsep matematika khususnya jumlah Riemann. Indikator pemahaman konsep pada lembar aktivitas mahasiswa dengan terlihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Indikator Pemahaman Konsep pada Lembar Aktivitas Mahasiswa

| Indikator | Kategori |
|---------------------|---|
| Menginterpretasikan | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mahasiswa menggambar grafik fungsi 2. Mahasiswa mengidentifikasi bentuk bangun 3. Mahasiswa menghitung luas bangun datar |
| Merumuskan | <ol style="list-style-type: none"> 1. Mahasiswa menghitung luas daerah 2. Mahasiswa menghitung luas daerah di bawah kurva 3. Mahasiswa merumuskan jumlah Riemann 4. Menghitung serta menjelaskan konsep |

matematika mahasiswa. Dalam menganalisis hasil jawaban, aturan nilai dihitung berdasarkan aturan sebagai berikut:

$$\text{Nilai} = \frac{\text{jumlah nilai yang diperoleh}}{\text{jumlah nilai maksimum}} \times 100\% \quad (1)$$

Berdasarkan (1), hasil akhir berupa nilai yang diperoleh dikonversikan dalam data kualitatif yang terlihat pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Data Kualitatif Nilai Akhir

| Nilai Tes (%) | Kategori |
|---------------|---------------|
| 81-100 | Sangat Baik |
| 61-80 | Baik |
| 41-60 | Cukup |
| 21-40 | Kurang |
| 0-20 | Sangat Kurang |

Pembahasan

Lembar aktivitas mahasiswa (LAM) jumlah Riemann berdasarkan teori APOS (aksi, proses, objek, dan skema) memuat langkah-langkah yang bertujuan untuk melatih kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa. Penjabaran kemampuan pemahaman konsep matematika yang terdapat pada LAM dengan indikator: (a) menginterpretasikan, (b) merumuskan, (c) menghitung, dan (d) menjelaskan.

Lembar aktivitas mahasiswa (LAM) jumlah Riemann yang telah dikerjakan oleh mahasiswa selanjutnya dianalisis untuk melihat persentase pemahaman konsep jumlah Riemann. Hasil analisis jawaban (nilai) LAM disajikan pada Tabel 3.

Dari Tabel 3 tersebut dapat dijelaskan bahwa (1) mahasiswa menjelaskan pendefinisian jumlah Riemann, Pada bagian ini, mahasiswa menjelaskan bahwa untuk memperoleh luas suatu daerah dengan menggunakan jumlah Riemann yaitu menghitung jumlah kiri dan jumlah kanan. Dalam hal ini, indikator pemahaman konsep berupa menjelaskan sebesar 62,50% dikategorikan baik. Namun nilai mahasiswa pada bagian ini masih dikatakan rendah, ini menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa lemah dalam menghubungkan sebab akibat yang terjadi dalam pembentukan suatu konsep. Hal ini bisa disebabkan karena mahasiswa belum memahami dengan baik konsep pendukung jumlah Riemann serta

keterkaitannya, seperti konsep fungsi, grafik fungsi, dan limit, Sehingga mahasiswa tidak dapat menjelaskan pendefinisian jumlah Riemann berdasarkan konsep-konsep pendukung tersebut. (2) mahasiswa merumuskan definisi jumlah Riemann, Pada bagian ini, dua konsep matematika yang dirumuskan oleh mahasiswa, yang pertama mahasiswa merumuskan jumlah Riemann, kedua mahasiswa merumuskan definisi jumlah Riemann, nilai yang diperoleh mahasiswa pada bagian pertama tidak terlalu tinggi, hal ini disebabkan karena kemampuan merumuskan merupakan bagian dari pemahaman konseptual dimana mahasiswa harus dapat menggeneralisasikan sendiri algoritma, kemampuan ini sulit bagi mahasiswa. Kesulitan ini disebabkan karena mahasiswa belum terbiasa merumuskan suatu konsep matematika dan tidak memahami benar kalimat perintah pada aktivitas, atau pada saat proses pembelajaran mahasiswa belum berkonsentrasi penuh. Selain itu, kesulitan mahasiswa dalam merumuskan suatu konsep matematika dapat terjadi karena mahasiswa tidak mampu melakukan proses substitusi dengan benar. Sedangkan untuk merumuskan definisi jumlah Riemann nilai mahasiswa meningkat menjadi 83,33%. Hasil yang sangat baik terlihat pada aktivitas 4 yaitu perumusan definisi jumlah Riemann, ini menunjukkan bahwa mahasiswa telah dapat belajar dan memahami semua aktivitas 1, 2 dan 3. (3) mahasiswa menghitung luas daerah, salah satu kemampuan dari pemahaman prosedural adalah menghitung. Mahasiswa tidak mengalami kesulitan dalam kegiatan menghitung, karena kemampuan ini sudah dimiliki mahasiswa dari tingkat pendidikan yang lebih dini, hasilnya nilai untuk pemahaman prosedural yaitu menghitung merupakan nilai paling tinggi sebesar 75,00%

untuk menghitung luas bangun datar pada aktivitas 1 dan 75,00% untuk menghitung luas daerah dengan perkiraan dan 66,67% untuk menghitung luas daerah di bawah kurva. Nilai tersebut dikategorikan baik. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hampir semua mahasiswa pemahaman proseduralnya sangat baik.

Tabel 3. Nilai Kemampuan Pemahaman Konsep Jumlah Riemann Mahasiswa

| Tahap APOS | Indikator | Nilai | Kategori |
|------------|--|---------|-------------|
| Aksi | 1. Mahasiswa menggambar grafik fungsi | 94,44 % | Sangat Baik |
| | 2. Mahasiswa mengidentifikasi bentuk bangun | 100 % | Sangat Baik |
| | 3. Mahasiswa menghitung luas bangun datar | 75,00 % | Baik |
| Proses | 1. Mahasiswa menghitung luas daerah | 75,00 % | Baik |
| | 2. Mahasiswa menghitung luas daerah di bawah kurva | 66,67 % | Baik |
| | 3. Mahasiswa merumuskan jumlah Riemann | 66,67 % | Baik |
| Objek | 1. Mahasiswa merumuskan definisi jumlah Riemann | 94,74% | Sangat Baik |
| Skema | 1. Mahasiswa menjelaskan pendefinisian Riemann | 62,50% | Baik |

Dari penjelasan tersebut, diketahui bahwa semua indikator pemahaman konsep matematika mahasiswa dikatakan baik. Hal ini tergambar dari persentase hasil jawaban mahasiswa pada tahap aksi dengan 3 indikator yang masing-masing indikator memperlihatkan persentase yang sangat baik terutama pada indikator mengidentifikasi

bentuk bangun, hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa mempunyai pengetahuan awal masalah bentuk bangun. Tahap proses, ini juga menunjukkan persentase yang baik dengan angka persentase di atas 60 % dari semua indikator yang diberikan. Tahap selanjutnya adalah objek, pada tahap ini diberikan indikator berupa merumuskan definisi jumlah Riemann, dari hasil diketahui bahwa persentasenya di angka 94,74%, dengan kategori sangat baik. Ini menunjukkan bahwa mahasiswa sudah dapat memahami sepenuhnya konsep jumlah Riemann setelah melalui tahapan dalam Aksi dan Proses. Tahap skema dengan indikator menjelaskan definisi jumlah Riemann, persentase yang dihasilkan sebesar 62,50%, ini menunjukkan bahwa tidak semua mahasiswa mampu memberikan penjelasan dengan tepat definisi jumlah Riemann tapi sudah dikategorikan baik dalam memahami konsep.

Dari keseluruhan persentase terhadap indikator dalam APOS yang dijelaskan di atas, yang datanya terlihat pada Tabel 3, diketahui bahwa semua kategori indikator dalam APOS persentasenya dalam rentang 61 - 80 dalam hal ini dapat disimpulkan bahwa penggunaan LAM jumlah Riemann yang telah dikembangkan berdasarkan teori APOS memiliki efek potensial terhadap kemampuan pemahaman konsep matematika mahasiswa khususnya konsep jumlah Riemann.

Simpulan dan Saran

Simpulan

Bahan ajar berupa lembar aktivitas mahasiswa (LAM) merupakan produk pengembangan penelitian ini. Produk ini didasarkan pada teori APOS (*action, process, object*, dan diorganisasikan dengan *schema*).

Tahap aksi, LAM memuat langkah-langkah yang membimbing mahasiswa menggambarkan garis yang menghubungkan beberapa titik pada suatu kurva serta menentukan luas daerah bangun datar. Tahap proses, LAM memuat langkah-langkah yang membimbing mahasiswa mengulangi tahap aksi. Dengan memanfaatkan program *MS Excel* mahasiswa mampu memperhatikan bentuk garis yang menghubungkan beberapa titik tersebut. Dan membimbing mahasiswa menghitung luas daerah di bawah kurva. Tahap objek, LAM memuat kegiatan yang membimbing mahasiswa untuk dapat menentukan definisi jumlah Riemann. Tahap skema, LAM memuat kegiatan yang membimbing mahasiswa dalam menggabungkan tahap aksi-proses-objek. LAM yang telah diujicobakan pada tahap *field test* yang telah valid dan praktis untuk digunakan, dengan menggunakan metode penelitian pengembangan. Pengembangan produk melalui beberapa tahapan yaitu tahap analisis, pendesainan, evaluasi dan revisi. Bahan ajar yang dinyatakan valid oleh para ahli (*expert*) yang dinilai dari tiga aspek isi (konten), konstruk dan penggunaan bahasa. Kepraktisan bahan ajar tergambar dari hasil komentar dari mahasiswa pada kegiatan kelompok kecil (*small group*) yang memperlihatkan bahwa mahasiswa dapat memanfaatkan lembar aktivitas mahasiswa jumlah Riemann yang telah dikembangkan berdasarkan teori APOS untuk mempelajari konsep integral dengan baik. Berdasarkan hasil uji lapangan (*field test*), persentase indikator pemahaman konsep diperoleh nilai di atas 61,00 %. Persentase ini menunjukkan bahwa secara umum penggunaan bahan ajar lembar aktivitas mahasiswa jumlah Riemann berdasarkan teori APOS yang dikembangkan memiliki efek potensial terhadap kemampuan

pemahaman konsep matematika khususnya konsep jumlah Riemann.

Saran

Peneliti menyarankan untuk melakukan penelitian lanjutan untuk pokok bahasan yang berbeda sehingga perkembangan teori APOS lebih luas lagi, bukan hanya untuk pokok bahasan Jumlah Riemann saja tapi mencakup pokok bahasan dalam Kalkulus.

Daftar Pustaka

- Anwar, Y. S., & Abdillah, A. (2016). Penerapan Teori APOS (*Action, Process, Object, Schema*) Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Program Linier Bagi Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Tahun Akademik 2015/2016. *Paedagogia | FKIP UMMat*, 14(2), 53–60. <https://doi.org/https://doi.org/10.31764/paedagogia.v7i2.30>
- Dubinsky, E. (2002). Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking. In *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 95–126). https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_7
- Dubinsky, E., & McDonald, M. A. (2005). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In *the Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (pp. 275–282). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_25
- Hanifah. (2018). Penerapan Lembar Kerja Berbasis Model Aksi, Proses, Objek dan Skema (APOS) Pada Mata kuliah Kalkulus Integral Pokok Bahasan Teknik Integrasi Substitusi yang Merasionalkan. *Jurnal Pendidikan Eksakta*, 2(4), 180–186.

- Hanifah, H., & Abadi, A. P. (2018). Analisis Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Teori Grup. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 2(2), 235. <https://doi.org/10.31331/medives.v2i2.66>
- Karim, A. (2011). Penerapan Metode Penemuan Terbimbing Dalam Pembelajaran Matematika Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Sekolah Dasar. *Jurnal Penelitian Pendidikan, khusus (2)(2)*, 154–163.
- Khotimah, H. (2015). Pengembangan Lembar Kerja Siswa Berdasarkan Teori APOS (*Action, Process, object, Scheme*) untuk Meningkatkan Efektivitas Pembelajaran Matematika. *Edu-Sains*, 4(2), 25–29.
- Kusaeri, K. (2017). Terbentuknya Konsepsi Matematika Pada Diri Anak Dari Perspektif Teori Reifikasi Dan APOS. *JPM: Jurnal Pendidikan Matematika*, 1(2), 101–105. <https://doi.org/10.33474/jpm.v1i2.244>
- Lestari, D. Darmawijoyo & Aisyah, N. (2018). Pengembangan LKS Berbasis Teori APOS Pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar di SMP dengan Konteks Rumah Adat Musi Banyuwasin. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 9(1), 1–9. <https://doi.org/10.15294/kreano.v9i1.12259>
- Maharaj, A. (2013). An APOS analysis of natural science students' understanding of derivatives. *South African Journal of Education*, 33(1), 1–19. <https://doi.org/10.15700/saje.v33n1a458>
- Maharaj, A. (2014). An APOS analysis of natural science students' understanding of integration. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education*, 3(1), 54–73. <https://doi.org/10.4471/redimat.2014.40>
- Marsitin, R. (2017). Modul Pembelajaran Limit dengan Teori APOS untuk Menumbuhkan Kemampuan *Advanced Mathematical Thinking*. *Jurnal EduMath*, 4(2), 26–34. <http://ejournal.stkipjb.ac.id/index.php/math/article/view/492/353>
- Mulyono. (2012). Pemahaman Mahasiswa *Field Dependent* dalam Merekonstruksi Konsep Grafik Fungsi. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 3, 49–59.
- Mulyono, B., & Hapizah, H. (2018). Pemahaman Konsep Dalam Pembelajaran Matematika. *KALAMATIKA Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 103–122. <https://doi.org/10.22236/kalamatika.vol3no2.2018pp103-122>
- Mulyono, M. (2011). Teori APOS Dan Implementasinya Dalam Pembelajaran. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 1(1), 37–45. <https://doi.org/10.20961/jmme.v1i1.9924>
- Ningsih, Y. L., & Rohana, R. (2018). Pemahaman Mahasiswa Terhadap Persamaan Diferensial Biasa Berdasarkan Teori APOS. *Jurnal Penelitian Dan Pembelajaran Matematika*, 11(1), 168–176. <https://doi.org/10.30870/jppm.v11i1.2995>
- Oktari, T, Hartono, Y & Santoso, B. (2017). Pengembangan LKS Berbasis APOS Berbantuan Microsoft Excel Pada Pokok Bahasan Program Linier Di SMK. *Jurnal Pendidikan Matematika RAFA*, 2(2), 229–248.
- Sholihah, U., & Mubarak, D. A. (2016). Analisis Pemahaman Integral Tak tentu Berdasarkan Teori APOS (*Action,*



Process, Object, Schema) Pada Mahasiswa Tadris Matematika (TMT). *Cendekia*, 14(1), 123–136.

van den Akker, J. (1999). Principles and Methods of Development Research. In *Design Approaches and Tools in Education and Training* (pp. 1–14). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-011-4255-7_1

Yohanes, R. S. (2010). Teori Vygotsky dan implikasinya terhadap pembelajaran matematika. *Jurnal Widya Warta*, XXXIV(2), 127–135.

Zulkardi. (2002). Developing a Learning Environment on Realistic Mathematics Education for Indonesian Student Teachers. In *Thesis*. University of Twente, Enschede.