

NUMBER SENSE: BERPIKIR FLEKSIBEL DAN INTUISI TENTANG BILANGAN¹

Sutarto Hadi

Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Lambung Mangkurat, Banjarmasin

E-mail: shadiunlam@gmail.com

Abstrak: Pemahaman anak mengenai bilangan bertujuan untuk menambah dan mengembangkan keterampilan berhitung dengan bilangan sebagai alat dalam kehidupan sehari-hari. Salah satu aspek utamanya adalah menekankan pengembangan kepekaan terhadap bilangan atau dikenal dengan *number sense*. *Number sense* dapat diartikan sebagai berpikir fleksibel dan intuisi tentang bilangan. Untuk menilai sifat *number sense* yang dimiliki seorang individu, kita harus memeriksa fleksibilitas terhadap bilangan yang ditunjukkan oleh individu tersebut. Fleksibilitas ini dapat diamati ketika seseorang melakukan empat komponen *number sense*, yaitu menilai besaran bilangan, komputasi mental, estimasi, dan menilai kerasionalitasan atau kewajaran hasil perhitungan yang diperoleh.

Kata kunci: bilangan, number sense

Apapun kurikulum yang berlaku di dunia pendidikan Indonesia, salah satu aspek dalam pembelajaran matematika pada tingkat sekolah dasar adalah bilangan. *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) menekankan bahwa pembelajaran bilangan di tingkat dasar sangat penting untuk mempelajari topik matematika yang lain, yaitu aljabar, geometri, pengukuran, dan statistik (Nursyahidah dkk, 2013). Pemahaman anak mengenai bilangan bertujuan untuk menambah dan mengembangkan keterampilan berhitung dengan bilangan sebagai alat dalam kehidupan sehari-hari. Biasanya guru sering terburu-buru dalam membekali anak menggunakan algoritma tulis. Hal ini dapat menyebabkan anak-anak

berhenti menggunakan strategi berpikir intuitif mereka dan membabi buta mengikuti langkah-langkah algoritma (Rogers, 2009; Purnomo, 2013).

Pentingnya mengembangkan pemahaman tentang konsep bilangan telah lama disadari. Salah satu aspek utamanya adalah menekankan pengembangan kepekaan terhadap bilangan atau dikenal dengan *number sense*. Mengembangkan *number sense* adalah tujuan umum pembelajaran matematika dari Taman Kanak-kanak (TK) sampai sekolah menengah. *Number sense* dapat diartikan sebagai berpikir fleksibel dan intuisi tentang bilangan. Agar siswa mengembangkan pemahaman yang men-

¹ Disampaikan pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika STKIP PGRI Banjarmasin, 28 Januari 2015

dalam terhadap banyak konsep matematika, sangat diperlukan kemampuan berpikir fleksibel dan lancar terhadap bilangan. Kemampuan ini lebih daripada mampu menulis bilangan, membilang benda-benda, mengingat fakta-fakta, dan mengikuti langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah tentang bilangan. Ketika siswa belajar fakta-fakta, mereka mampu mengembangkan pemikiran matematika mereka untuk perhitungan bilangan yang lebih besar dan lebih rumit. Fakta-fakta tidak harus diingat: siswa harus memahami akibat dari operasi-operasi yang berbeda (+, -, \times , \div) pada bilangan-bilangan.

Apa itu *Number Sense*?

Tobias Danzig (1967) memperkenalkan istilah "*number sense*" pada tahun 1956, untuk menjelaskan kemampuan seseorang untuk mengetahui adanya perubahan pada suatu kumpulan, tanpa sepengetahuan orang tersebut, ketika sebuah obyek telah ditambahkan atau diambil dari kumpulan tersebut. Kita memiliki *number sense* karena bilangan memiliki makna bagi kita, seperti kata-kata dan juga irama musik. Sebagaimana kita belajar bahasa, kita terlahir sudah memiliki *number sense*, atau dalam tingkatan yang paling rendah, kita memiliki kemampuan menguasai bilangan pada usia yang masih sangat muda, walaupun tanpa upaya. (Sousa, 2008).

Number sense dideskripsikan sebagai pemahaman umum seseorang tentang bilangan dan operasinya bersama dengan kemampuan dan keinginan untuk menggunakan pemahaman ini secara fleksibel untuk membuat penilaian matematika dan untuk mengembangkan strategi yang bermanfaat untuk menguasai bilangan dan operasinya (McIntosh, Reys & Reys, 1993; Beswick dkk, 2004: 2).

Perhatikan jawaban dari tiga siswa TK ketika ditanya pertanyaan berikut dari *Number Knowledge Test* (Griffin & Case, 1997; Griffin, 2004: 173): "*Yang mana yang lebih besar: tujuh atau sembilan?*"

Budi menjawab dengan cepat, "*Sembilan*". Ketika ditanya bagaimana dia mengetahuinya, dia berkata, "*Baiklah, begini, 'tujuh' (berhenti sejenak) 'delapan', 'sembilan' (menunjukkan dua jarinya ketika mengatakan dua bilangan yang terakhir). Itu berarti bahwa sembilan itu dua lebihnya daripada tujuh. Jadi, sembilan lebih besar.*"

Ani berkata dengan ragu, "*Sembilan?*" ketika ditanya bagaimana dia mengetahuinya, dia berkata, "*Karena sembilan adalah bilangan yang besar.*"

Laila terlihat benar-benar bingung, seolah-olah pertanyaan tersebut bukan hal yang masuk akal, dan berkata, "*Saya tidak tahu.*"

Guru akan segera menyadari bahwa jawaban Budi menunjukkan *number sense* yang bagus untuk tingkat usianya dan jawaban Ani menunjukkan *number sense* yang kurang bagus. Penelitian *Number Knowledge Test* menunjukkan bahwa anak usia 5 tahun seperti Budi mengetahui:

1. bilangan menunjukkan kuantitas dan oleh karena itu, bilangan itu sendiri mempunyai besaran;
2. kata "lebih besar" atau "lebih" sesuai untuk konteks ini;
3. bilangan 7 dan 9, seperti setiap bilangan lain dari 1 sampai 10 menempati posisi yang tetap pada urutan membilang;
4. tujuh muncul sebelum 9 ketika kamu menghitung maju;
5. bilangan yang muncul kemudian dalam urutan – yaitu yang lebih tinggi – menunjukkan kuantitas yang lebih besar dan oleh karena itu, 9 lebih besar (atau lebih) daripada 7.

Budi memberikan bukti dari komponen tambahan untuk *number sense*

dalam penjelasan yang dia berikan atas jawabannya. Dengan menggunakan strategi *Counting-on* untuk menunjukkan bahwa 9 muncul setelah dua bilangan dari 7 dan dengan menunjukkan itu berarti bahwa “sembilan adalah dua lebihnya daripada tujuh”, Budi menunjukkan bahwa dia juga mengetahui bahwa menghitung maju berkorespondensi dengan tepat kepada peningkatan satu satuan dalam ukuran suatu himpunan. Pemahaman ini, mungkin lebih daripada yang telah disebutkan di atas, memungkinkan anak-anak untuk menggunakan perhitungan bilangan saja, tanpa perlu untuk benda real, untuk menyelesaikan masalah kuantitatif yang meliputi penggabungan dua himpunan. Dengan demikian, dia mengubah matematika dari sesuatu yang hanya dapat dilakukan di luar kepalanya (contohnya dengan memanipulasi benda nyata) ke sesuatu yang dapat dilakukan di dalam kepala mereka, dan di bawah kendali mereka sendiri.

Komponen Utama *Number Sense*

Jika ada yang mencoba untuk menilai sifat number sense yang dimiliki seorang individu, kita harus memeriksa fleksibilitas terhadap bilangan yang ditunjukkan oleh individu tersebut. Fleksibilitas ini dapat diamati ketika siswa melakukan empat komponen number sense, yaitu menilai besaran bilangan, komputasi mental, estimasi, dan menilai kerasionalitas atau kewajaran hasil perhitungan yang diperoleh (Markovits & Sowder, 1994; McIntosh, Reys, Reys, & Hope, 1997; Pilmer, 2008: 4).

Memahami besaran bilangan maksudnya bahwa individu harus mampu membandingkan bilangan sehingga mereka dapat mengurutkan bilangan, mengenali yang mana dari dua buah bilangan yang lebih dekat dengan bilangan yang ketiga, dan untuk mengidentifikasi bilangan diantara dua bilangan yang diberikan (Markovits &

Sowder, 1994; Pilmer, 2008: 4). Diharapkan mereka mampu untuk mencapai ini ketika membandingkan bilangan dengan representasi yang berbeda, seperti bilangan cacah, desimal, pecahan, dan persen.

Contoh:

1. Urutkanlah $0,4$; $\frac{1}{5}$; $\frac{8}{7}$; $0,09$.
2. Apakah $\frac{5}{8}$ atau $\frac{7}{12}$ yang lebih dekat dengan $0,5$?
3. Tentukan pecahan yang terletak diantara $\frac{4}{9}$ dan $\frac{5}{9}$.

Komputasi mental adalah proses menghitung jawaban numerik yang tepat tanpa bantuan alat hitung eksternal. Persepsi siswa mengenai apa makna menghitung secara mental berbeda-beda. Beberapa siswa percaya bahwa kita hanya menggunakan komputasi mental pada algoritma yang telah ditentukan. Perhatikan contoh berikut.

Siswa 1: algoritma standar yang dilakukan secara mental

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6,4 \\ \underline{1,9} + \\ 8,3 \end{array}$$

Siswa 2: strategi berpikir

$$\begin{array}{l} 6,4 + 1,9 = 6,4 + 2 - 0,1 \\ = 8,4 - 0,1 \\ = 8,3 \end{array}$$

Komputasi mental dapat memuat algoritma tetapi strategi alternatif seharusnya juga didukung seperti yang ditunjukkan oleh siswa 2 pada contoh tersebut.

Estimasi dapat dibedakan menjadi tiga kategori, yaitu *numerosity*, pengukuran, dan estimasi komputasi (Hason & Hogan, 2000; Pilmer, 2008: 5). *Numerosity* mengacu kepada kemampuan seseorang untuk memperkirakan jumlah benda yang ada. Siswa dapat ditugaskan untuk memperkirakan berapa banyak pensil yang telah ditekankan di lantai. Pengukuran mengacu pada kemampuan seseorang untuk memperkirakan berat, panjang, atau volume suatu benda, atau waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu

tugas. Estimasi komputasi mengacu pada kemampuan seseorang untuk memperkirakan jawaban dari perhitungan bilangan.

Contoh:

$$38 \times 47 = 2000$$

Puluhan yang terdekat adalah 40 dan 50.
4 x 5 adalah 20 kemudian tambahkan dua 0 atau 2000

$$38 \times 47 = 2000$$

Hasilnya kurang dari 2000 karena 38 dan 47 dibulatkan keatas.

Menilai kewajaran hasil maksudnya bahwa siswa harus memeriksa jawaban yang mereka peroleh dengan atau tanpa teknologi dan menentukan apakah jawaban tersebut sesuai dengan pertanyaan dan konteks yang diberikan.

0,993.

Hasil : 31% tidak mampu mengurutkan bilangan-bilangan tersebut dengan benar.

Pertanyaan : apakah hasil dari $264 \div 0,79$ lebih dari, sama dengan, atau

Bilangan bulat yang terdekat adalah 1 dan 2.
 $1 \times 2 = 2$

Contoh: $1,1 \times 2,33 = 25,63$.

Berikut ini adalah beberapa pertanyaan dan jawaban mengenai *number sense*. Pertanyaan ini diberikan kepada 49 calon guru sekolah dasar dalam penelitian yang dilakukan oleh Markovits (1989; Pilmer, 2008: 9).

Pertanyaan : tinggi anak laki-laki yang berusia 10 tahun adalah 5 kaki. Berapa kira-kira tinggi anak tersebut ketika dia berusia 20 tahun?

Hasil : 13% menjawab 10 kaki (jawaban yang tidak masuk akal)

Pertanyaan : ketika kamu mengalikan 15,24 dan 4,5, jawabannya adalah 6858, tetapi koma desimalnya tidak ada. Letakkan koma desimal pada posisi yang tepat.

Hasil : 79% menjawab bahwa koma desimal terletak setelah 6, yaitu 6,858. Padahal jawaban yang benar adalah 68,58

kurang dari 264.

Hasil : 49% menjawab salah dengan mengatakan hasil pembagiannya kurang dari 264. Mereka menganggap bahwa pembagian selalu membuat bilangan menjadi lebih kecil.

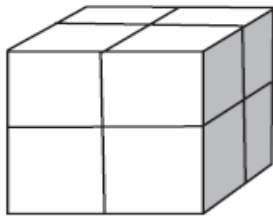
Hasil tersebut menunjukkan bahwa sebagian besar calon guru ini memiliki kesulitan dalam mengestimasi, mental komputasi, menilai besaran bilangan, dan menilai kewajaran jawaban, yang merupakan komponen dari *number sense*.

Bagaimana Mengajarkan *Number Sense*?

Siswa harus diberikan kesempatan untuk meningkatkan kepekaan mereka terhadap bilangan. Perbedaan dapat muncul dalam masing-masing kelompok siswa dan guru mungkin menemukannya di dalam kelas

pada situasi yang sama. Perhatikan contoh berikut (Treffers, 2001: 39).

Siswa duduk melingkar di dalam kelas dan beberapa blok-blok mainan disusun dengan susunan yang berbeda-beda di tengah kelas. Kemudian siswa memutuskan berapa banyak blok (“ruangan”) pada setiap susunan (“gedung”) tersebut. Jawaban yang muncul dapat bermacam-macam, khususnya untuk “gedung” yang lebih besar.



Untuk “gedung” yang ditunjukkan seperti di atas, jawaban yang diberikan siswa adalah lima, tujuh, delapan, duabelas, limabelas, dan bahkan enambelas dan tujuhbelas.

Guru: “Baiklah, bukankah ini aneh, ada banyak sekali jawaban yang berbeda?”

Untuk beberapa anak, hal ini bukan sesuatu yang aneh. Bagi mereka, hal ini biasa terjadi ketika membilang – seperti suatu permainan dimana kamu kadang-kadang memberikan lima dan kadang-kadang memperoleh delapan, dan hal ini sungguh bukan masalah. Tetapi anak-anak lain berpikir berbeda. Fiona maju ke depan dan menunjukkan bagaimana dia menghitung.

Dia memulai dari alasnya dan menghitung semua permukaan yang dapat dilihatnya: “Satu, dua, tiga, empat, ...” dan berakhir pada bagian atas gedungnya dengan hitungan limabelas.

Siswa lain: “itu seharusnya lebih sedikit.” Dia menghitung dua kali.” “Kamu jangan menghitung seperti itu!”

Kemudian Rico maju ke depan. Dia menghitung blok dengan benar dari atas ke bawah: “Satu, dua, tiga, empat, ...”

Dia menghitung permukaan blok yang terletak pada lapisan terbawah: “Lima, enam, tujuh, delapan, sembilan, ... duabelas.” Saat ia menghitung suaranya terdengar tidak yakin dan ketika dia selesai dia langsung mengatakan: “Hei, ini aneh. Ibu saya mengatakan bahwa empat dan empat adalah delapan, dan sekarang saya memperolehnya duabelas!”

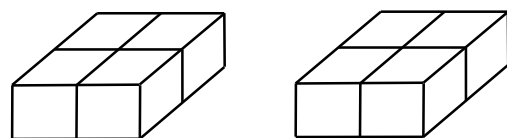
Siswa yang lain bergabung dalam diskusi. Ketika Robert mendapat giliran, dia bertanya: “bolehkah saya memisahkan bloknya?” dia memisahkan susunan blok tersebut dan menghitung blok tersebut satu per satu sementara anak-anak yang lain juga ikut menghitung bersamanya.



Semua siswa sekarang mengetahui bahwa memang ada delapan blok.

Ketika bloknya disusun kembali, guru memberikan pertanyaan terakhir: bagaimana kamu melihat bahwa bloknya adalah empat dan empat, Rico?”

Rico: “Baiklah, ini empat (dia memisahkan empat blok yang berada di atas) dan ini juga.”



Blok dihitung kembali dan memang benar ada delapan blok. Empat dan empat adalah delapan.

Robert menghitung dengan lebih teratur dengan memisahkan sementara blok-blok tersebut. Rico mampu menghitung langsung dan melakukan kesalahan ketika menghitung di depan kelas: empat dan empat adalah delapan. Perhatikanlah bahwa anak-anak menggunakan pendekatan yang berbeda-beda. Dengan menggunakan pendekatan anak-anak yang berbeda dan kemudian mendiskusikan di kelas, kekayaan dari

pengajaran dapat muncul dengan sendirinya. Terlebih lagi, anak-anak telah mampu belajar menggunakan pendekatan dari temannya yang lain. Mereka juga menjadi lebih sadar akan pentingnya membilang dengan teratur dengan cara yang sederhana.

Ada 5 prinsip pengajaran yang dapat digunakan untuk membantu siswa meningkatkan kepekaan mereka terhadap bilangan (Griffin, 2004: 175).

1. Membangun pemahaman yang sudah dimiliki anak-anak

Setiap ide baru yang disampaikan kepada anak-anak harus berhubungan dengan pengetahuan mereka yang sudah ada sehingga akan masuk akal bagi mereka. Anak-anak juga harus diizinkan untuk menggunakan pengetahuan yang telah mereka miliki untuk membangun pengetahuan baru yang berada dalam jangkauan mereka. Untuk itu, guru memerlukan: (a) cara untuk menilai pengetahuan yang telah dimiliki anak-anak, dan (b) kegiatan yang multi-level sehingga anak-anak dengan pengetahuan awal yang berbeda dapat memperoleh manfaat.

2. Mengikuti peningkatan perkembangan alami ketika memilih pengetahuan baru yang diajarkan.

Pada usia 4 tahun, sebagian besar anak-anak telah membangun dua jaringan pengetahuan-pengetahuan tentang membilang dan tentang kuantitas – yang memberikan dasar yang tahap perkembangan selanjutnya. Anak-anak TK mampu mengintegrasikan jaringan pengetahuan ini dan membangun pemahaman konsep. Anatar usia 6-7 tahun, anak-anak menghubungkan jaringan pengetahuan terintegrasi ini ke dunia simbol formal, dan pada usia 8 atau 9 tahun, sebagian besar siswa mampu mengembangkan jaringan pengetahuan ini untuk memahami bilangan dua-digit dan sistem basis 10. Program matematika yang menyediakan kesempatan untuk anak-anak untuk menggunakan

pengetahuan yang mereka miliki untuk membangun pengetahuan baru adalah langkah selanjutnya yang alami, yang memberikan kesempatan terbaik membantu anak-anak membuat peningkatan maksimum pada pembelajaran dan perkembangan matematika mereka.

3. Mengajarkan kelancaran komputasi sekaligus pemahaman konsep.

Karena kelancaran komputasi dan pemahaman konsep berjalan seiring perkembangan matematika siswa, kesempatan untuk memperoleh kelancaran komputasi juga pemahaman konsep diberikan perhatian yang khusus. Anak-anak diberikan kesempatan yang konkret untuk mengalamitransformasi kuantitas yang sederhana dan menemukan bagaimana membilang dapat digunakan untuk memprediksi dan menjelaskan perbedaan dalam jumlah.

4. Menyediakan banyak kesempatan eksplorasi langsung, pemecahan masalah, dan komunikasi.

Memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengambil gilirannya pada suatu kegiatan pembelajaran untuk tampil secara individu memberikan kesempatan kepada guru untuk menilai masing-masing kemampuan siswa dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk belajar dari siswa lainnya.

5. Menunjukkan siswa cara-cara bilangan direpresentasikan dalam kehidupan sehari-hari.

Bilangan direpresentasikan dalam lima cara, yaitu sebagai sekelompok benda, pola himpunan-titik, posisi pada garis, posisi pada timbangan, dan titik pada suatu tombol. Anak-anak yang terbiasa dengan representasi yang bermacam-macam ini dan bahasa yang digunakan untuk berbicara mengenai bilangan tersebut memerlukan waktu yang lebih sedikit untuk memahami permasalahan bilangan.

Kesimpulan

Number sense adalah prasyarat untuk semua perkembangan komputasi. *Number sense* muncul sebagai hasil dari belajar daripada melalui pengajaran langsung. Guru dapat mengembangkan *number sense* dengan menyediakan tugas-tugas matematika yang kaya dan mendorong siswa untuk membuat hubungan dengan pengalaman pribadi mereka dan pembelajaran mereka sebelumnya.

van den Heuvel-Panhuizen, M. 2001. *Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School*. The Netherlands: Freudenthal Institute, Utrecht University.

Daftar Pustaka

- Beswick, K., Muir, T., McIntosh, A. (2004). Developing an Instrument to Assess the Number Sense of Young Children. Paper Presented at the AARE Annual Conference, Melbourne.
- Danzig, T. (1967). *Number: The language of science*. New York: Free Press.
- Griffin, S. (2004). Building Number Sense, with Number Worlds: A Mathematics Program for Young Children. *Early Childhood Research Quarterly*, 173-180.
- Nursyahidah, F., Ilma, R. I. P., Somakim (2013). Supporting First Grade Students' Understanding of Addition up to 20 Using Traditional Game. *Journal on Mathematics Education (IndoMS-JME)*, July 2013, Volume 4. No. 2, 212-223.
- Pilmer, C. D. (2008). *Number Sense*. Nova Scotia School for Adult Learning. Department of Labour and Workforce Development.
- Purnomo, Y. W. (2013). Komputasi Mental untuk Mendukung Lancar Berhitung Operasi Penjumlahan dan Pengurangan pada Siswa Sekolah Dasar. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY*, ISBN: 978-979-16353-9-4, MP - 657-662.
- Sousa, D.A. (2008). *How the brain learns mathematics*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.