

## ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN PROPORSIONAL SISWA SMA DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA

### ANALYSIS THE PROPORTIONAL REASONING ABILITIES OF SENIOR HIGH SCHOOL STUDENTS IN SOLVING MATHEMATICAL PROBLEMS

Dhuwi Novita Sari, Helti Lygia Mampouw

Universitas Kristen Satya Wacana

202015064@student.uksw.edu, helti.mampouw@uksw.edu

**Abstrak:** Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran proporsional siswa SMA dalam memecahkan masalah matematika. Subjek pada penelitian deskriptif kualitatif ini adalah 3 siswa kelas X SMA Negeri 2 Salatiga berkemampuan matematika tinggi. Instrumen utama adalah peneliti sendiri, didukung oleh instrumen tes dan pedoman wawancara. Data hasil tes dan wawancara dianalisis menggunakan langkah reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ketiga subjek memiliki kemampuan penalaran proporsional yang berbeda dalam memecahkan masalah matematika. Kemampuan penalaran proporsional subjek S cenderung berada pada level 1 dengan menunjukkan strategi menggunakan gambar dan membuat perbandingan kualitatif. Kemampuan penalaran proporsional subjek F cenderung berada pada level 2 dengan menunjukkan strategi menghubungkan model melalui perhitungan numerik, menggunakan unit komposit, dan menggunakan penalaran kuantitatif. Kemampuan penalaran proporsional subjek M cenderung berada pada level 3 dengan menunjukkan strategi menggunakan cara formal dan mengetahui hubungan invarian dan kovarian. Ketiga subjek menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 0 dalam memecahkan masalah yang memerlukan perbandingan aditif dan multiplikatif dengan hanya menggambarkan situasi perubahan dalam pandangan aditif.

**Kata Kunci:** matematika, pemecahan masalah, penalaran proporsional

**Abstract:** This research aims to analyze the proportional reasoning abilities of high school students in solving mathematical problems. Subject of this qualitative descriptive research were 3 of tenth grade students of SMA Negeri 2 Salatiga who have high mathematical abilities. The researchers are the main instrument, supported by test instruments and interview guidelines. Data from the test and interview results were analyzed using steps data reduction, data display, and conclusion drawing. The results showed that the three subjects had different proportional reasoning abilities in solving mathematical problems. The proportional reasoning ability of subject S tends to be at level 1 by showing strategies using images and making qualitative comparisons. The proportional reasoning ability of subject F tends to be at level 2 by showing strategies of connecting models through numerical calculations, using composite units, and using quantitative reasoning. The proportional reasoning ability of subject M tends to be at level 3 by showing strategies using formal methods and knowing invariant and covariant relationships. The three subjects showed proportional reasoning ability at level 0 in solving problems that needed additive and multiplicative comparisons by simply describing the change situation in additive view.

**Keywords:** mathematic, prolem solving, proportional reasoning

**Cara Sitasi:** Sari, D.N., & Mampouw, H.L.. (2019). Analisis kemampuan penalaran proporsional siswa SMA dalam memecahkan masalah matematika. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(2), 110-122. <https://doi.org/10.33654/math.v5i2.569>

Submitted: April 20, 2019

Revised: May 10, 2019

Published: August 30, 2019

Available Online Since: July 19, 2019

<https://doi.org/10.33654/math.v5i2.569>

Penalaran proporsional merupakan dasar dari berbagai topik yang luas dalam kurikulum sekolah menengah dan atas (Walle, 2008). Pada berbagai aspek kehidupan nyata, penalaran proporsional seringkali diperlukan, misalnya untuk mempertimbangkan harga barang yang lebih murah dalam membeli sesuatu. Sejalan dengan pendapat Cetin & Ertekin (2011) bahwa berbagai situasi dalam kehidupan sehari-hari membutuhkan keterampilan berupa penalaran proporsional, juga dalam standar *National Council of Teacher of Mathematics* (dalam Walle, 2008) menyatakan bahwa penalaran proporsional merupakan hal yang begitu penting, sehingga layak mendapatkan berapa pun waktu dan usaha yang harus digunakan untuk memastikan perkembangannya dengan benar.

Banyak topik dalam kurikulum matematika dan sains sekolah memerlukan pengetahuan dan pemahaman tentang proporsi, serta mampu bernalar secara proporsional (Dole et al., 2012). Dooley menyatakan bahwa penalaran proporsional sangat penting untuk keberhasilan dalam aljabar dan matematika yang lebih maju (2006). Melalui penalaran proporsional, siswa memperkuat pengetahuan mereka dari matematika sekolah dasar dan membangun landasan untuk matematika sekolah menengah (Langrall & Swafford, 2000). Hal ini berarti penalaran proporsional penting dan perlu

untuk dimiliki siswa agar mampu menyelesaikan masalah matematika dari tingkat dasar maupun tingkat lanjut.

Beberapa penelitian menunjukkan bahwa kemampuan siswa dalam menggunakan penalaran proporsionalnya masih rendah. Siswa masih mengalami kesulitan dalam membedakan pernyataan masalah proporsional dan nonproporsional (Artut & Pelen, 2015). Şen & Güler (2017) mengatakan bahwa tingkat keterampilan penalaran proporsional siswa masih rendah sebelum diberikan pengajaran strategi pemecahan masalah. Frith & Lloyd (2016) meneliti bahwa hanya 40% hingga 50% dari siswanya yang mampu mengatasi dengan baik pertanyaan yang memiliki rasio yang mudah dikenali, sehingga perlu pengajaran tentang penalaran proporsional.

Oleh karena itu, mengingat pentingnya penalaran proporsional bagi siswa, guru perlu memberikan perhatian yang serius untuk membangun penalaran proporsional mereka. Kemampuan penalaran proporsional siswa perlu dilatih agar mereka terbiasa untuk bernalar secara proporsional dalam memecahkan masalah matematika. Kemampuan penalaran proporsional dapat diukur berdasarkan level penalaran proporsional yang dikemukakan oleh Langrall & Swafford (2000) yang ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Level penalaran proporsional Langrall &amp; Swafford (2000)

Level	Penalaran	Strategi
0	Penalaran nonproporsional	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menebak menggunakan petunjuk visual</li> <li>• Tidak dapat mengenali hubungan multiplikatif</li> <li>• Penggunaan acak angka, operasi atau strategi</li> <li>• Tidak dapat menghubungkan dua ukuran</li> </ul>
1	Penalaran informal tentang situasi proporsional	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan gambar, model, atau manipulatif untuk memahami situasi</li> <li>• Membuat perbandingan kualitatif</li> </ul>
2	Penalaran kuantitatif	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Unitizes</i> atau menggunakan unit komposit</li> <li>• Menemukan dan menggunakan satuan tarif</li> <li>• Mengidentifikasi atau menggunakan faktor skalar atau tabel</li> <li>• Menggunakan pecahan setara</li> <li>• Membangun kedua ukuran</li> </ul>
3	Penalaran proporsional formal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menetapkan proporsi menggunakan variabel dan memecahkan menggunakan aturan produk-silang atau pecahan setara</li> <li>• Memahami sepenuhnya hubungan invarian dan kovarian</li> </ul>

(diolah, 2018)

Salah satu upaya untuk membangun kemampuan penalaran proporsional siswa ialah melalui pemecahan masalah matematika. Montague (2004) menyatakan bahwa pemecahan masalah matematika adalah aktivitas kognitif kompleks yang melibatkan sejumlah proses dan strategi. Menurut Căprioară (2015) pemecahan masalah dalam matematika merupakan konsep yang paling efektif, untuk transfer pengetahuan matematika dasar dan operasional untuk memastikan pembelajaran yang berkelanjutan dan bermakna. Melalui pemecahan masalah, siswa akan belajar untuk menyusun strategi yang sesuai dalam menyelesaikan permasalahan yang mereka hadapi (Utami & Wutsqa, 2017). Hal ini berkaitan dengan pernyataan *National Council of Teacher of Mathematics* (dalam Thompson & Bush, 2003) bahwa siswa perlu melihat banyak situasi masalah yang dapat dimodelkan, kemudian diselesaikan melalui penalaran proporsional.

Berkaitan dengan masalah matematika yang melibatkan proses dan strategi, Acton (2009) menyatakan bahwa anak berusia 14

hingga 16 tahun secara umum memiliki perkembangan penalaran yang lebih kuat, mampu berimajinasi dan memiliki pemahaman yang lebih luas. Pada usia tersebut umumnya siswa berada di tingkat sekolah menengah atas, sehingga SMA merupakan salah satu jenjang pendidikan yang tepat untuk mengukur kemampuan penalaran proporsional siswa. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran proporsional siswa SMA dalam memecahkan masalah matematika.

### Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode penelitian deskriptif kualitatif, untuk memaparkan hasil penelitian berupa analisis tentang kemampuan penalaran proporsional siswa dalam memecahkan masalah matematika. Subjek penelitian merupakan siswa kelas X SMA Negeri 2 Salatiga tahun pelajaran 2018/2019. Pemilihan subjek diperoleh dari data hasil nilai Ujian Nasional matematika terakhir yang dikategorikan, serta

berdasarkan rekomendasi guru sehingga terpilih 3 subjek berinisial S, F, dan M pada kategori berkemampuan matematika tinggi dengan nilai antara 80-100. Siswa yang menjadi subjek hanya siswa berkemampuan matematika tinggi karena dimungkinkan mampu menyusun strategi dan menggunakan penalarannya dalam memecahkan masalah matematika. Sejalan dengan pendapat Isroil, Budayasa, & Masriyah (2017) bahwa siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi memiliki kemampuan pemecahan masalah yang baik.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri, didukung oleh instrumen tes dan pedoman wawancara. Instrumen tes berupa 4 soal uraian masalah matematika terkait proporsi yang dikemukakan oleh Lamon (dalam Langrall & Swafford, 2000), yaitu: (1) *Part-part whole*, menyatakan subset keseluruhan dibandingkan dengan komplemennya; (2) *Associated sets*, menyatakan hubungan dua kuantitas yang biasanya tidak terkait, melalui konteks masalah; (3) *Well-known measures*, menyatakan hubungan yang dikenal entitas atau tarif; (4) *Growth*, menyatakan hubungan antara dua kuantitas yang terus menerus dan melibatkan peningkatan skala. Wawancara dilakukan setelah tes untuk melengkapi data hasil tes. Data hasil tes dan wawancara dianalisis menggunakan langkah Miles & Huberman (dalam Lewis, 2012) berupa reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Analisis data dilakukan untuk mengukur kemampuan penalaran proporsional siswa ke dalam level penalaran proporsional dari level 0 sampai 3 yang dikemukakan oleh Langrall dan Swafford.

## Hasil Penelitian dan Pembahasan

### Hasil

Rekapitulasi kemampuan penalaran proporsional dari subjek S, F, dan M dalam memecahkan masalah matematika yang terdiri dari 4 tipe masalah ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Rekapitulasi level penalaran proporsional siswa

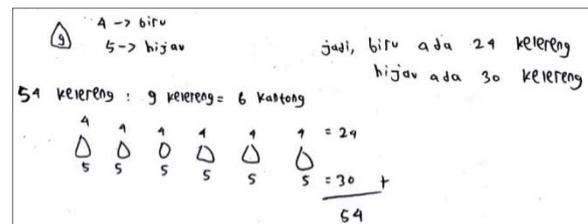
Tipe Masalah	Level		
	S	F	M
<i>Part-part whole</i>	1	2	2
<i>Associated sets</i>	1	2	3
<i>Well-known measures</i>	1	3	3
<i>Growth</i>	0	0	0

Hasil analisis dan pembahasan dikembangkan berdasarkan Tabel 2.

### Kemampuan Penalaran Proporsional Subjek dalam Memecahkan Masalah Matematika Tipe Part-Part Whole

Setiap kantong berisi 9 kelereng. Empat dari sembilan kelereng didalam kantong berwarna biru dan sisanya berwarna hijau. Bayu membawa total 54 kelereng. Berapa banyak dari 54 kelereng yang berwarna biru? Berapa banyak kelereng yang berwarna hijau?

Gambar 1. Tipe soal *part-part whole* (adaptasi dari soal Jung, Jee, & Oh, 2010)

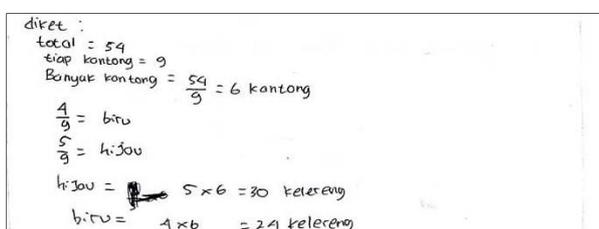


Gambar 2. Jawaban subjek S pada tipe soal *part-part whole*

Jawaban subjek S dalam mengerjakan tipe soal *part-part whole* ditampilkan pada Gambar 2. Subjek memulai dengan menggambar untuk menyatakan bahwa dalam 1 kantong terdapat 9 kelereng, 4 diantaranya berwarna biru dan 5 berwarna hijau. Hal ini

menunjukkan bahwa subjek mengetahui informasi yang terdapat pada soal. Subjek menggunakan proses mengkolaborasikan informasi pada soal untuk menemukan banyaknya kantong dengan cara membagi total kelereng dengan jumlah kelereng dalam 1 kantong. Subjek menggambarkan banyaknya kantong yang telah ditemukan dan menuliskan pada masing-masing kantong terdapat 4 kelereng biru dan 5 kelereng hijau. Subjek menghitung banyaknya kelereng biru dan kelereng hijau untuk menyimpulkan jawabannya. Subjek menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “*Saya membagi 54 kelereng. Dalam 1 kantong terdapat 9 kelereng. Jadi ada 6 kantong. ... Kemudian saya gambar. Manualnya saya gambar. Ini kan ada 6 kantong, kemudian birunya ada 4. (membaca dan menunjuk angka 4 sebanyak 6 kali) 4 dikali 6 itu 24. Setelah ini yang 5 ini, 5 dikali 6 itu 30 begitu*”.

Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek S dalam memecahkan masalah yang menyatakan subset keseluruhan dibandingkan dengan komplemennya (*part-part whole*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 1. Pada level ini subjek menunjukkan ciri dengan cenderung menggunakan gambar untuk memahami masalah yang terdapat pada soal.



diketahui :  
 total = 54  
 tiap kantong = 9  
 Banyak kantong =  $\frac{54}{9} = 6$  kantong  
 $\frac{4}{9} =$  biru  
 $\frac{5}{9} =$  hijau  
 hijau =  $5 \times 6 = 30$  kelereng  
 biru =  $4 \times 6 = 24$  kelereng

**Gambar 3. Jawaban subjek F pada tipe soal *part-part whole***

Jawaban subjek F dalam mengerjakan tipe soal *part-part whole* ditampilkan pada Gambar 3. Subjek mula-mula menuliskan apa yang diketahui pada soal yaitu jumlah seluruh

kelereng dan jumlah kelereng dalam setiap kantong. Subjek mulai mencari banyaknya kantong dengan membagi total kelereng dengan jumlah kelereng dalam setiap kantong. Subjek menuliskan  $\frac{4}{9}$  yang artinya terdapat 4 kelereng biru dari 9 kelereng serta menuliskan  $\frac{5}{9}$  untuk kelereng hijau.

Banyaknya kantong yang ditemukan kemudian dikalikan dengan banyaknya kelereng berwarna biru untuk mengetahui total kelereng biru, begitu pun dalam mencari total kelereng hijau. Strategi ini merupakan cara menghubungkan model melalui perhitungan numerik dan menggunakan unit komposit. Subjek menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “*Nah setiap kantong berisi 9 kelereng. Saya mencari berapa jumlah kantongnya terlebih dahulu. ... Dari 54 ini dibagi 9, ditemukan 6 kantong. Setiap kantong itu berisi 4 warna biru dan 5 warna hijau, tinggal dikalikan. Kelereng hijau yang jumlahnya 5 setiap kantong dikalikan 6. Jadi hasilnya 30 kelereng. Sedangkan kelereng biru itu 4 dikalikan 6. Jadi hasilnya 24 kelereng*”. Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek F dalam memecahkan masalah yang menyatakan subset keseluruhan dibandingkan dengan komplemennya (*part-part whole*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 2. Pada level ini subjek menunjukkan strategi pemecahan masalah dengan menghubungkan model melalui perhitungan numerik dan menggunakan unit komposit.

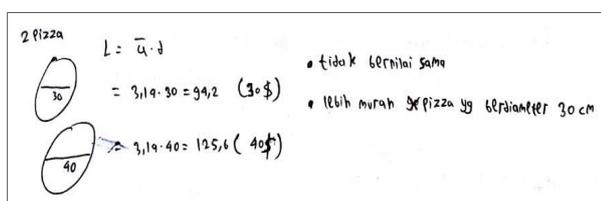
Jawaban subjek M dalam mengerjakan tipe soal *part-part whole* hampir sama dengan jawaban subjek F. Perbedaannya, subjek M mengetahui hubungan dari 2 variabel yang saling terkait. Apabila banyaknya kelereng biru telah ditemukan, subjek dapat dengan mudah menemukan banyaknya kelereng hijau

dengan cara mengurangi seluruh kelereng dengan banyaknya kelereng biru. Oleh karena itu kemampuan penalaran proporsional subjek M dalam memecahkan masalah yang menyatakan subset keseluruhan dibandingkan dengan komplementnya (*part-part whole*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 2.

**Kemampuan Penalaran Proporsional Subjek dalam Memecahkan Masalah Matematika Tipe Associated Sets**

Restoran pizza melayani dua pizza bulat dengan ketebalan yang sama dalam berbagai ukuran. Pizza yang lebih kecil memiliki diameter 30 cm dengan biaya 30 dolar. Pizza yang lebih besar memiliki diameter 40 cm dengan biaya 40 dolar. Apakah kedua pizza tersebut bernilai sama? Atau pizza manakah yang lebih murah?

**Gambar 4. Tipe soal associated sets (diolah dari OECD, 2013)**

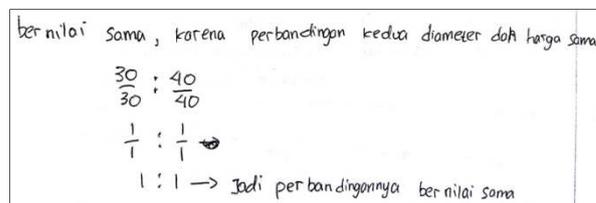


**Gambar 5. Jawaban subjek S pada tipe soal associated sets**

Jawaban subjek S dalam mengerjakan tipe soal *associated sets* ditampilkan pada Gambar 5. Subjek memulai dengan menggambar dua lingkaran sebagai pizza dan menuliskan diameter didalamnya. Subjek kemudian menuliskan rumus  $\pi \times d$  sebagai rumus luas lingkaran. Meskipun kurang tepat dalam mengingat rumus luas lingkaran, namun subjek S mampu membuat perbandingan kualitatif bahwa untuk mengetahui nilai jual pizza tersebut dengan melihat hubungan luas dan harganya. Subjek menyimpulkan nilai pizza yang lebih murah dari hasil luas dan harga pizza dengan membandingkannya secara langsung melalui penalaran. Subjek S

menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “Pizzanya ibarat lingkaran berdiameter 30 cm, dan yang ini berdiameter 40 cm (menunjuk gambar pada jawaban). Kemudian saya menggunakan rumus luas  $\pi \times d$ ”. Alasan dalam menggunakan rumus luas dinyatakan sebagai berikut: “Karena yang dicari itu apanya, permukaannya. Kalau menurut saya, permukaannya dicari, kemudian nanti bisa ditentukan dari harganya. Kalau permukaannya besar, kemudian harganya kecil kan itu untung”.

Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek S dalam memecahkan masalah yang menyatakan hubungan dua kuantitas yang biasanya tidak terkait melalui konteks masalah (*associated sets*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 1. Pada level ini subjek menunjukkan strategi pemecahan masalah dengan menggunakan gambar untuk mempermudah menjawab soal dan mampu membuat perbandingan kualitatif.



**Gambar 6. Jawaban subjek F pada tipe soal associated sets**

Jawaban subjek F dalam mengerjakan tipe soal *associated sets* ditampilkan pada Gambar 6. Subjek membandingkan kedua pizza secara langsung dari diameter dan harganya. Pizza kecil dengan diameter 30 cm dan harga 30 dolar dibandingkan dengan pizza besar dengan diameter 40 cm dan harga 40 dolar sehingga didapatkan perbandingan 1 : 1. Dari hasil tersebut, subjek menyimpulkan perbandingan kedua pizza bernilai sama. Dalam hal ini subjek F mampu menggunakan penalaran kuantitatif namun kurang

memperhatikan bahwa ukuran pizza jika diameternya diperbesar maka perubahannya tidak konstan sehingga seharusnya perbandingan itu tidak dapat digunakan secara langsung. Subjek F menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “Ini pizzanya bernilai sama karena perbandingan kedua diameter dan harganya sama. Ini kan 30 cm dibandingkan dengan 30 dolar dan 40 cm dengan 40 dolar, diperoleh 1 banding 1. Jadi perbandingannya sama”. Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek F dalam memecahkan masalah yang menyatakan hubungan dua kuantitas yang biasanya tidak terkait melalui konteks masalah (*associated sets*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 2. Pada level ini subjek menunjukkan strategi pemecahan masalah menggunakan penalaran kuantitatif.

Pizza kecil :  $L = 3,14 \times 15^2$   
 $= 3,14 \times 225$   
 $= 706,5$  ,  $\frac{706,5 \text{ cm}^2}{30 \text{ d}} = 23,55 / \text{dolar}$   
  
 Pizza besar ,  $L = 3,14 \times 20^2$   
 $= 3,14 \times 400$   
 $= 1256$  ,  $\frac{1256 \text{ cm}^2}{40 \text{ d}} = 31,4 / \text{dolar}$

Gambar 7. Jawaban subjek M pada tipe soal *associated sets*

Jawaban subjek M dalam mengerjakan tipe soal *associated sets* ditampilkan pada Gambar 7. Subjek menggunakan strategi formal dengan mencari luas lingkaran dari kedua pizza. Hasil yang ditemukan dari kedua pizza kemudian dibagi dengan harga pizza sehingga ditemukan luas kedua pizza per dolar. Subjek memutuskan untuk memilih pizza yang memiliki luas lebih besar ketika harganya sama (per dolar). Hal ini menunjukkan bahwa subjek mengetahui hubungan invarian dan kovarian dimana ukuran pizza tidak konstan jika terjadi perubahan diameter. Subjek M menceritakan

proses tersebut sebagai berikut: “Luasnya perlu dicari karena semakin bertambah pinggirnya semakin luas, kaya semakin luas semakin luas. Bertambah bertambah dan tidak sesuai begitu. Luasnya ini kan berarti gambarannya luasnya segini, harganya segini. Kalau ini kan 1 dolar segini. Jadi banyak yang ini berarti pilih yang ini (menunjuk jawaban)”. Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek M dalam memecahkan masalah yang menyatakan hubungan dua kuantitas yang biasanya tidak terkait melalui konteks masalah (*associated sets*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 3. Pada level ini subjek M menunjukkan strategi pemecahan masalah dengan menggunakan strategi formal serta mengetahui hubungan invarian dan kovarian.

**Kemampuan Penalaran Proporsional Subjek dalam Memecahkan Masalah Matematika Tipe Well-Known Measures**

Anda mendapatkan penawaran untuk berlangganan paket internet sebagai berikut.

A. 5 bulan langganan untuk 2 kali pembayaran masing-masing 30 dolar.

B. 7 bulan langganan untuk 3 kali pembayaran masing-masing 30 dolar.

Apakah opsi A lebih baik dari opsi B? Mengapa atau mengapa tidak?

Selain penawaran tersebut, juga terdapat penawaran 15 bulan langganan untuk 6 kali pembayaran masing-masing 30 dolar. Apakah kesepakatan berlangganan selama 15 bulan lebih baik dari opsi A? Mengapa atau mengapa tidak?

Gambar 8. Tipe soal *well-known measures* (adaptasi dari soal Dooley, 2006)

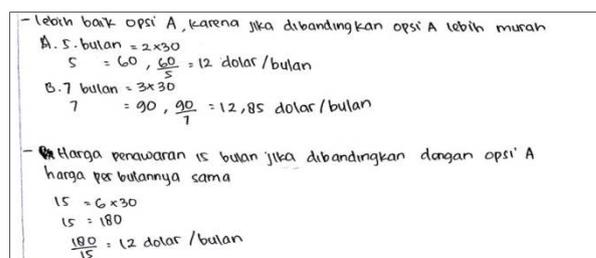
A. 5 bln (2x) 60\$      Opsi-A  
 • Opsi B lebih baik dari Opsi A, karena 5 bln dengan 7 bln harga lebih murah 2 bln dan pembayarannya selisih hanya 30\$ per saat langganan.  
 B. 7 bln (3x) 90\$  
 • Opsi A lebih baik dari opsi C, karena jarak antara 8 bln dan pembayarannya pun selisihnya 180\$. Dengan begitu opsi A lebih baik.  
 C. 15 bln (6x) 180\$

Gambar 9. Jawaban subjek S pada tipe soal *well-known measures*

Jawaban subjek S dalam mengerjakan tipe soal *well-known measures* ditampilkan pada Gambar 9. Subjek S menuliskan 3 opsi dan memisalkan opsi ketiga sebagai opsi C. Pada opsi A subjek menuliskan 5 bulan dengan biaya 60 dolar yang diperoleh dari jumlah pembayaran dikali dengan harga per pembayaran, begitu pun untuk opsi B dan opsi C. Subjek menyimpulkan opsi B lebih baik dari opsi A dengan cara mencari jarak antara penawaran banyaknya bulan pada kedua opsi tersebut. Selain itu subjek juga mencari selisih harga dari kedua opsi yang ditawarkan. Subjek membuat hubungan antara bulan dengan bulan dan dolar dengan dolar, namun tidak mementingkan hubungan bulan dengan dolar. Hal ini menunjukkan bahwa subjek menggunakan penalaran dalam keputusannya dengan menyimpulkan secara langsung dari perbandingan yang ia temukan. Subjek S menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “Oh iya, opsi B lebih baik dari opsi A karena 5 bulan dengan 7 bulan hanya berjarak 2 bulan dan pembayarannya selisih hanya 30 dolar. Itu sangat tanggung menurut saya”.

Penjelasan mengenai opsi C dinyatakan sebagai berikut: “Menurut saya jawaban disini opsi A lebih baik dari opsi C karena jarak bulannya kan 8 bulan dan pembayarannya pun selisihnya 180 eh ini salah, maksudnya 90”. Subjek menyadari bahwa terdapat kesalahan pada jawaban yang dituliskan yaitu 180 yang menurutnya seharusnya 90. Jawaban subjek juga tertuju pada hubungan opsi C dengan opsi B ketika yang ditanyakan adalah opsi C dengan opsi A. Namun dalam hal ini, yang diperhatikan adalah bagaimana subjek memutuskan opsi yang lebih baik dari hubungan bulan dengan dolar. Berdasarkan jawaban lisan maupun tulisan, kemampuan penalaran proporsional subjek S dalam memecahkan masalah yang

menyatakan hubungan yang dikenal entitas atau tarif (*well-known measures*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 1. Pada level ini subjek menunjukkan strategi pemecahan masalah menggunakan penalaran kualitatif serta menyimpulkan secara langsung dari perbandingan yang ia temukan.



- Lebih baik opsi A, karena jika dibandingkan opsi A lebih murah  
 A. 5 bulan =  $2 \times 30$   
 $5 = 60, \frac{60}{5} = 12$  dolar/bulan  
 B. 7 bulan =  $3 \times 30$   
 $7 = 90, \frac{90}{7} = 12,85$  dolar/bulan  
 - Harga penawaran 15 bulan jika dibandingkan dengan opsi A harga per bulannya sama  
 $15 = 6 \times 30$   
 $15 = 180$   
 $\frac{180}{15} = 12$  dolar/bulan

Gambar 10. Jawaban subjek M pada tipe soal *well-known measures*

Jawaban subjek M dalam mengerjakan tipe soal *well-known measures* ditampilkan pada Gambar 10. Mula-mula subjek M mencari biaya total pada penawaran 5 bulan dengan mengalikan jumlah pembayaran dan harga per pembayaran sehingga diperoleh 60 dolar pada opsi A, begitu pula dalam mencari biaya total pada opsi lainnya. Subjek menggunakan cara formal dengan membagi biaya total dengan banyaknya bulan untuk mencari biaya per bulan sehingga dapat membandingkan antar opsi yang ditawarkan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek memahami hubungan antar variabel dan dapat menyimpulkan jawaban dengan tepat. Subjek M menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “Agar mengetahui per bulannya murah yang mana, ini kan sudah 60 dolar, dibagi 5 berarti kan 12 dolar per bulannya. Kemudian ini kan ada penawaran juga 15 bulan 6 kali pembayaran 30 dolar berarti 15 bulan itu 180 dolar, 6 dikali 30. Kemudian dibagi ini dicari per bulannya”. Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek M dalam memecahkan masalah yang menyatakan

hubungan yang dikenal entitas atau tarif (*well-known measures*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 3. Pada level ini subjek menunjukkan strategi pemecahan masalah menggunakan cara formal dan memahami hubungan antar variabel.

Jawaban subjek F dalam mengerjakan tipe soal *well-known measures* hampir sama dengan jawaban subjek M. Perbedaannya, subjek F kurang mementingkan sejauh mana hubungan dua variabel yang saling terkait misalnya antara 5 bulan 60 dolar dan 1 bulan 12 dolar. Subjek F secara langsung mencari biaya per bulan dengan mengalikan harga dan banyaknya pembayaran kemudian membaginya dengan banyaknya bulan. Oleh karena itu, kemampuan penalaran proporsional subjek F dalam memecahkan masalah yang menyatakan hubungan yang dikenal entitas atau tarif (*well-known measures*) belum sepenuhnya mencapai strategi penalaran proporsional level 3.

### ***Kemampuan Penalaran Proporsional Subjek dalam Memecahkan Masalah Matematika Tipe Growth***

Di kebun binatang, terdapat dua buaya penghuni jangka panjang yang diberi nama kesayangan Prickles dan Tiny. Ketika mereka tiba di kebun binatang, panjang Prickles 4 meter dan panjang Tiny 5 meter. Lima tahun kemudian, kedua buaya tersebut telah dewasa. Panjang Prickles 7 meter dan panjang Tiny 8 meter. Siapakah yang pertumbuhannya lebih cepat? Atau apakah pertumbuhan mereka sama?

**Gambar 11. Tipe soal *growth* (diolah dari soal Dole Wright, & Clarke, n.d.)**

Pertumbuhan mereka sama, karena sama-sama bertambah 3 meter dalam waktu 5 tahun  
 Prickles,  $7-4=3$   
 Tiny,  $8-5=3$

**Gambar 12. Jawaban subjek M pada tipe soal *growth***

Jawaban subjek M dalam mengerjakan tipe soal *growth* ditampilkan pada Gambar 12. Subjek menggunakan operasi pengurangan untuk mengetahui perubahan kedua ukuran. Subjek mencari selisih panjang kedua buaya sebelum dan setelah 5 tahun sehingga menemukan bahwa pertumbuhan panjang keduanya sama yaitu 3 meter. Berdasarkan perspektif aditif, respon ini benar bahwa pertumbuhan kedua buaya sama yaitu 3 meter. Namun subjek tidak mengetahui bahwa pada pandangan multiplikatif, pertumbuhan keduanya berbeda. Pada masalah ini, subjek mampu menggambarkan situasi perubahan dalam pandangan aditif saja, tidak untuk multiplikatif. Subjek M menceritakan proses tersebut sebagai berikut: “*Saya kurang-kurangi saja (tertawa). ... Ya ini kan Prickles awalnya 4 meter menjadi 7 meter, Tiny awalnya 5 meter menjadi 8 meter, kalau dikurang-kurangi itu semua sama, tambahannya itu 3 meter semua*”. Berdasarkan jawaban lisan maupun tertulis, kemampuan penalaran proporsional subjek M dalam memecahkan masalah yang menyatakan hubungan antara dua kuantitas yang terus menerus dan melibatkan peningkatan skala (*growth*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 0. Pada level ini subjek menunjukkan strategi pemecahan masalah dengan menggambarkan situasi perubahan dalam pandangan aditif saja, tidak untuk multiplikatif.

Jawaban subjek S dan subjek F hampir sama dengan subjek M. Perbedaannya, subjek S menambahkan pada jawabannya bahwa setiap 5 tahun pertumbuhan mereka dapat diperkirakan sama. Subjek S juga menuliskan panjang kedua buaya setelah 10 tahun dengan pertumbuhan yang sama. Sedangkan subjek F menjelaskan bahwa perubahan kedua ukuran terjadi karena menambahkan ukuran yang sama. Oleh karena itu kemampuan penalaran

proporsional subjek S dan F dalam memecahkan masalah yang menyatakan hubungan antara dua kuantitas yang terus menerus dan melibatkan peningkatan skala (*growth*) dapat mencapai strategi penalaran proporsional level 0.

### **Pembahasan**

Pada pemecahan masalah *part-part whole*, subjek S menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 1 dengan cenderung menggunakan gambar untuk mengetahui situasi yang terdapat pada soal. Syahlan (2017) menyatakan bahwa siswa terkadang perlu untuk mempresentasikan masalah kedalam bentuk gambar untuk mengetahui apa yang harus diselesaikan. Sedangkan subjek F dan subjek M menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 2 dengan menghubungkan model melalui perhitungan numerik dan menggunakan unit komposit. Namun subjek M memiliki perbedaan, yaitu mampu menentukan sejauh mana dua variabel saling berkaitan yang dikenal dengan hubungan kovarian. Hal ini menunjukkan kecenderungan subjek M yang hampir mencapai strategi penalaran proporsional level 3. Meskipun belum mencapai level penalaran proporsional tertinggi, ketiga subjek telah mengetahui konsep penalaran proporsional dengan mencapai level 1 (penalaran informal tentang situasi proporsional) dan level 2 (penalaran kuantitatif). Sejalan dengan penelitian Ojose (2015) bahwa secara konseptual siswa dapat memiliki pemahaman tentang konsep proporsional bahkan tanpa diajarkan konsepnya.

Pada pemecahan masalah *associated sets*, proses penalaran proporsional ketiga subjek berbeda-beda. Subjek S menunjukkan

kemampuan penalaran proporsional pada level 1 dengan membuat perbandingan kualitatif dan menggunakan gambar untuk mempermudah menjawab soal. Subjek F menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 2 dengan menggunakan penalaran kuantitatif. Sedangkan subjek M menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 3 dengan menggunakan strategi formal dan dapat mengetahui hubungan invarian dan kovarian. Nabors (dalam Prayitno, dkk., 2018) menyatakan bahwa proses penalaran proporsional siswa berbeda-beda karena kemampuan penalaran proporsional mereka juga berbeda.

Pada pemecahan masalah *well-known measures*, subjek S menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 1 dengan membuat perbandingan kualitatif dan menyimpulkan secara langsung dari perbandingan yang ia temukan. Subjek F menunjukkan kemampuan penalaran proporsional yang belum sepenuhnya mencapai level 3 dikarenakan menggunakan cara formal namun kurang mementingkan sejauh mana hubungan dua variabel yang saling terkait. Hal ini seperti penelitian Nugraha, Sujadi, & Pangadi (2016) bahwa siswa pada level 3 ternyata tidak sepenuhnya memahami hubungan invarian dan kovarian karena siswa hanya mampu menggunakan satu bentuk perbandingan yaitu bentuk perbandingan dengan menggunakan rasio dalam (*within ratio*) atau rasio antara (*between ratio*) saja. Sedangkan subjek M dapat menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 3 dengan menggunakan cara formal dan memahami hubungan antar variabel. Ortiz (2015) menjelaskan bahwa pada level 3 siswa menunjukkan pemikiran proporsional formal

menggunakan strategi fungsional dan menggunakan perbandingan variabel.

Pada pemecahan masalah *growth*, ketiga subjek menunjukkan kemampuan penalaran proporsional pada level 0 dengan menggambarkan situasi perubahan dalam pandangan aditif. Dalam hal ini, masalah *growth* yang diberikan memungkinkan jawaban dengan menggunakan strategi aditif dan multiplikatif. Walle (2008) menyatakan bahwa kemampuan memahami perbedaan antara situasi aditif dan multiplikatif merupakan indikasi dari penalaran proporsional. Namun pada masalah ini ketiga subjek hanya mengetahui strategi aditif, tidak untuk multiplikatif. Seperti pada penelitian Parish (2010) bahwa sebagian besar siswanya tidak mahir dengan fakta multiplikasi mereka.

## Simpulan dan Saran

### Simpulan

Secara umum subjek telah memiliki pemahaman konseptual tentang konsep proporsional, namun kemampuan penalaran proporsional subjek berbeda-beda. Kemampuan penalaran proporsional subjek S dalam memecahkan masalah matematika cenderung berada pada level 1. Hal ini ditunjukkan dari strategi subjek dalam memecahkan masalah tipe *part-part whole* cenderung menggunakan gambar untuk memahami masalah pada soal, subjek juga memecahkan masalah tipe *assosiated sets* menggunakan gambar dan membuat perbandingan kualitatif serta memecahkan masalah tipe *well-known measures* menggunakan perbandingan kualitatif dan menyimpulkan secara langsung dari perbandingan yang ditemukan. Kemampuan penalaran proporsional subjek F dalam

memecahkan masalah matematika cenderung berada pada level 2. Hal ini ditunjukkan dari strategi subjek dalam memecahkan masalah tipe *part-part whole* dengan menghubungkan model melalui perhitungan numerik dan menggunakan unit komposit, subjek memecahkan masalah tipe *assosiated sets* menggunakan penalaran kuantitatif serta memecahkan masalah tipe *well-known measures* menggunakan cara formal, namun kurang mementingkan sejauh mana hubungan dua variabel yang saling terkait.

Kemampuan penalaran proporsional subjek M dalam memecahkan masalah matematika cenderung berada pada level 3. Hal ini ditunjukkan dari strategi subjek dalam memecahkan masalah tipe *part-part whole* dengan menghubungkan model melalui perhitungan numerik dan menggunakan unit komposit yang menunjukkan strategi pada level 2 namun mampu menentukan sejauh mana dua variabel saling berkaitan yang dikenal dengan hubungan kovarian yang mengindikasikan untuk mencapai strategi level 3, subjek memecahkan masalah tipe *assosiated sets* menggunakan strategi formal dan dapat mengetahui hubungan invarian dan kovarian serta memecahkan masalah tipe *well-known measures* menggunakan cara formal dan memahami hubungan antar variabel. Namun penalaran proporsional ketiga subjek berada pada level 0 dalam memecahkan masalah tipe *growth*. Hal ini dikarenakan subjek menggambarkan situasi perubahan dalam pandangan aditif, sementara memahami perbedaan antara situasi aditif dan multiplikatif merupakan indikasi dari penalaran proporsional.

### Saran

Sampai saat ini, siswa perlu menguasai kebiasaan dan keterampilan menggunakan penalaran proporsional. Oleh karena itu, sebaiknya guru membantu siswa untuk mengembangkan kemampuan penalaran proporsional mereka. Salah satu pengajaran yang dapat digunakan yaitu menyediakan pemecahan masalah matematika dalam berbagai konteks. Pemecahan masalah dalam berbagai konteks memungkinkan siswa untuk berpikir secara luas, selain itu juga dapat menggunakan pengetahuan yang sudah diperoleh sebelumnya, misalnya dalam bentuk metode kerja mereka sendiri secara informal.

### Daftar Pustaka

- Acton, M. (2009). *Teenage well-being*. Retrieved from [https://www.tusla.ie/uploads/content/Teenagers\\_Wellbeing\\_d3.pdf](https://www.tusla.ie/uploads/content/Teenagers_Wellbeing_d3.pdf)
- Artut, P.D., & Pelen, M.S. (2015). 6th Grade Students' Solution Strategies on Proportional Reasoning Problems. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 197(February), 113–119.
- Căprioară, D. (2015). Problem Solving - Purpose and Means of Learning Mathematics in School. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 191, 1859–1864.
- Cetin, H., & Ertekin, E. (2011). The relationship between eighth grade primary school students' proportional reasoning skills and success in solving equations. *International Journal of Instruction*, 4(1), 47–62.
- Dole, S., Clarke, D., Wright, T., & Hilton, G. (2012). Students' proportional reasoning in mathematics and science. In Tso, T.Y. (Ed). *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 195–202. Taipei, Taiwan: PME.
- Dole, S., Wright, T., & Clarke, D. (n.d.). Proportional Reasoning. *Making Connections in Science and Mathematics*, 1–18. <https://doi.org/10.1027/1618-3169.56.2.92>
- Dooley, K. B. (2006). *an Investigation of Proportional Thinking Among High School Students*. (December).
- Frith, V., & Lloyd, P. (2016). *Investigating Proportional Reasoning in a University Quantitative Literacy Course*. 9(1).
- Isroil, A., Budayasa, I.K., & Masriyah, M. (2018). Profil Berpikir Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 2(2), 93.
- Jung, S. P., Jee, H. P., & Oh, N. K. (2010). Characterizing the Proportional Reasoning of Middle School Students. *The SNU Journal Of Education Research*, 119–144.
- Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three Balloons for Two Dollars : Developing Proportional Reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6(4), 254–261.
- Lewis, E.T. (2012). *Qualitative Data Analysis: A Participatory View*. Retrieved from <http://emmathereselewis.com/Papers/Data Analysis Feb12.pdf>
- Montague, M. (2004). Math Problem Solving for Middle School Students with Disabilities. *American Institutes for Research*, 1–13.
- Nugraha, Y., Sujadi, I., & Pangadi. (2016). Penalaran proporsional siswa kelas VII. *Beta - Jurnal Tadris Matematika*, 9(1), 34–47.

- OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*.
- Ojose, B. (2015). Proportional Reasoning and Related Concepts : Analysis of Gaps and Understandings of Middle Grade Students. *Universal Journal of Educational Research*, 3(2), 104–112.
- Ortiz, A. M. (2015). Examining Students' Proportional Reasoning Strategy Levels as Evidence of the Impact of an Integrated LEGO Robotics and Mathematics Learning Experience. *Journal of Technology Education*, 26(2), 46–69.
- Parish, L. (2010). Facilitating the Development of Proportional Reasoning through Teaching Ratio. In L. Sparrow, B. Kissane, & C. Hurst (Eds.). *Shaping the Future of Mathematics Education: Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.*, 469–476. Fremantle: MERGA.
- Prayitno, A., Rossa, A., Widayanti, F. D., Rahayuningsih, S., Hamid, A. A., & Baidawi, M. (2018). Characteristics of Students ' Proportional Reasoning In Solving Missing Value Problem. *Journal of Physics: Conference Series*, 0–6.
- Şen, C., & Güler, G. (2017). Effect of Strategy Teaching For the Solution of Ratio Problems on Students ' Proportional Reasoning Skills. *Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, 5(2), 1–15.
- Syahlan. (2017). Sepuluh strategi dalam pemecahan masalah matematika. *Indonesian Digital Journal of Mathematics and Education*, 4(6), 358–369.
- Thompson, C. S., & Bush, W. S. (2003). Improving middle school teachers' reasoning about proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(8), 398–403.
- Utami, R. W., & Wutsqa, D. U. (2017). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika dan Self-Efficacy Siswa SMP Negeri di Kabupaten Ciamis. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 4(2), 166–176.
- Walle, J.A.V. (2007). *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*. (Terjemahan Suyono). Jakarta: Penerbit Erlangga.